

- Programme de colle quinzaine 3 - semaine 1 -**Questions de cours : chapitre « Séries numériques »**

- **Q1** : Divergence de la série harmonique. *Démonstration.*
- **Q2** : Énoncer le théorème de convergence par comparaison pour deux séries à termes positifs telles que $u_n \leq v_n$ à partir d'un certain rang. *Montrer que* : Si $\sum x_n$ est une S.T.P. convergente, alors $\sum x_n^2$ converge.
- **Q3** : Soient $\sum u_n$ et $\sum v_n$ deux séries à termes strictement positifs.
Si $u_n \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} v_n$, alors les deux séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$ sont de même nature. *Démonstration.*
- **Q4** : Nature et somme éventuelle des séries géométriques $\sum q^n$. *Démonstration.*
- **Q5** : Convergence et somme éventuelle des séries géométriques dérivées $\sum_{n \geq 1} nq^{n-1}$ *Démonstration.*
- **Q6** : Convergence et somme éventuelle des séries $\sum_{n \geq 1} n^2 q^n$ (avec pour seul recours la convergence et la somme de $\sum_{n \geq 1} nq^{n-1}$ et de $\sum_{n \geq 2} n(n-1)q^{n-2}$)
- **Q7** : Convergence des séries $\sum \frac{1}{n(n-1)}$ et $\sum \frac{1}{n^2}$.
- **Q8** : La convergence absolue est une condition **suffisante** pour obtenir la convergence d'une série. *Démonstration*

Exercices

Ils porteront sur les séries numériques pour vérifier la maîtrise et la compréhension des théorèmes de convergence au programme, cependant, « les séries ont été introduites comme un outil pour donner tout leur sens aux probabilités et variables aléatoires discrètes. En dehors des questions de probabilités, les séries ne doivent être utilisées que de manière exceptionnelle et en lien avec des démarches de modélisation ».

On privilégiera donc, si possible, des séries susceptibles d'apparaître dans un contexte probabiliste.

Bonnes colles !

A suivre, à la rentrée : Chapitre « Probabilités et séries numériques réelles ».