

Programme de colle quinzaine 11 - semaine 2

Les questions possibles sont les suivantes :

- **Q1** : Inégalité de Cauchy-Schwarz (\mathcal{E} on discutera les cas d'égalité).
- **Q2** : Si F ssev de \mathbb{R}^n alors F^\perp est ssev de \mathbb{R}^n tel que $F^\perp \cap F = \{0_{\mathbb{R}^n}\}$.
Par ailleurs, si $B_F = (u_1, \dots, u_q)$ est une base de F , alors $x \in F^\perp \Leftrightarrow \forall i \in \llbracket 1, p \rrbracket, (x|u_i) = 0$.
- **Q3** : Une famille orthogonale de vecteurs non nuls de F , ssev de \mathbb{R}^n est libre.
- **Q4** : Soit \mathcal{B} la base canonique de \mathbb{R}^n et $\mathcal{B}' = (u_1, \dots, u_n)$ une base orthonormée de \mathbb{R}^n .
Si P désigne la matrice de passage de la base \mathcal{B} à la base \mathcal{B}' , alors : $P^T P = I_n$.
- **Q5** : Si $\mathcal{B}_F = (u_1, \dots, u_q)$ est une base orthonormée d'un sous-espace vectoriel F de \mathbb{R}^n et si p est la projection orthogonale de \mathbb{R}^n sur F , alors : $\forall x \in \mathbb{R}^n, p(x) = \sum_{i=1}^q (u_i|x)u_i$.
- **Q6** : Soit F un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^n dont $B_F = (u_1, \dots, u_q)$ est une base et soit p la projection orthogonale sur F de \mathbb{R}^n . Alors : $p \circ p = p$, $\text{Im}(p) = F$ et $\text{Ker}(p) = F^\perp$.
- **Q7** : Soit F un SEV de \mathbb{R}^n . La juxtaposition d'une b.o.n de F et de F^\perp est une base de \mathbb{R}^n .
- **Q8** : Expression matricielle de la projection orthogonale p sur F , droite vectorielle engendrée par un vecteur a supposé normé.

Exercice :

- Tout exercice sur le chapitre 12 : produits scalaires, matrices symétriques et projections orthogonales.

Bonne dernière colle !