

Nom :

Prénom :

Note de l'interro n° 13 :

applications linéaires

1. Parmi les quatre intégrales suivantes, dites en donnant un argument rapide celles qui convergent et celles qui divergent :

$$I_1 = \int_2^{+\infty} \frac{dt}{t^{3/2}}; I_2 = \int_2^5 \frac{dt}{(t-2)^3}; I_3 = \int_0^{+\infty} \frac{dt}{t^2}; I_4 = \int_0^{+\infty} \frac{dt}{1+t^2}$$

-
2. Soit f l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

- ① Trouver trois vecteurs non nuls e_1, e_2 et e_3 tels que :

$$f(e_3) = -e_3, f(e_2) = e_3 - e_2, f(e_1) = e_2 - e_1$$

- ② Montrer que la matrice A est semblable à la matrice B suivante :

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- ③ Expression de A^n en fonction de B, P et n ($n \in \mathbb{N}$) en précisant la matrice P utilisée.