Nom : **Prénom :** **Note de l'interro n° 12 :**

applications linéaires

1. Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension n muni de deux bases distinctes $\mathcal{B}_E$ et $\mathcal{B}'_E$ et soit P la matrice de passage de la base $\mathcal{B}_E$ à la base $\mathcal{B}'_E$.
Soit u un vecteur de E et $X = \mathcal{M}_{\mathcal{B}_E}(u)$, $X' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'_E}(u)$.
Quelle relation matricielle existe-t-il entre X et X' ?

---

2. Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension n muni de deux bases distinctes $\mathcal{B}_E$ et $\mathcal{B}'_E$ et soit P la matrice de passage de la base $\mathcal{B}_E$ à la base $\mathcal{B}'_E$.
soit $f \in \mathcal{L}(E)$ avec $A = \mathcal{M}_{\mathcal{B}_E}(f)$ et $A' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'_E}(f)$.
Quelle relation matricielle existe-t-il entre A et A' ?

---

3. Soit $E = \mathbb{R}_2[X]$ de base canonique $\mathcal{B}$ et soit $\mathcal{B}' = (Q_0, Q_1, Q_2)$ une autre base de E où
$$Q_0 = X(X-1),\ Q_1 = X(X-2) \text{ et } Q_2 = (X-1)(X-2)$$
Écrire la matrice de passage de la base $\mathcal{B}$ vers la base $\mathcal{B}'$ qu'on notera R.

Si le polynôme P a pour coordonnées $(1, 0, 1)_{\mathcal{B}'}$. Quelles sont ses coordonnées dans la base canonique ?

Question optionnelle : Pourriez-vous justifier que $\mathcal{B}'$ est une base de E ?

---

4. Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$ où E et F sont deux espaces vectoriels de dimension finie. On se souvient que : $\mathrm{rg}(f) \leq inf(\dim(E), \dim(F))$ mais que pouvez-vous dire si :

— $\mathrm{rg}(f) = \dim(F)$?

— $\mathrm{rg}(f) = \dim(E)$?