- Programme de colle quinzaine 7, semaine 14 -

Questions de cours :

Q1 : Formules de changement de bases sur vecteurs et endomorphismes (démonstration de $A' = P^{-1}AP$).

Q2 : Définition de A et B semblables. Expression de B^n en fonction de A^n (récurrence).

Q3 : Soit $b > 0$. Nature et valeur éventuelle de $\displaystyle\int_0^b \frac{dt}{t^\alpha}$ selon $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$.

Q4 : Soit $a > 0$. Nature et valeur éventuelle de $\displaystyle\int_a^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}$ selon $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$

Q5 : Si f et g sont deux fonctions continues et strictement positives sur $I = [a, +\infty[$ telles que $f(x) \underset{x\to+\infty}{\sim} g(x)$, alors les intégrales généralisées en $+\infty$: $\displaystyle\int_a^\infty f$ et $\displaystyle\int_a^\infty g$ sont de même nature. *Preuve.*

Q8 : La convergence absolue entraîne la convergence. *Preuve.*

EXERCICE 1 : Programme d'intégration de BCPST1.

— Propriétés de l'intégrale : Linéarité, relation de Chasles, positivité, encadrement de l'intégrale à partir d'un encadrement de la fonction. Pour $a < b$, majoration $|\displaystyle\int_a^b f(t)dt| \leq \int_a^b |f(t)|dt$.

— Si f est continue sur un intervalle I et $a \in I$, alors la fonction F définie sur I par $F(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)dt$ est l'unique primitive de f sur I s'annulant en a. Valeur moyenne d'une fonction continue sur un segment.

— *Compléments :* Sommes de Riemann sur $[0, 1]$: $\displaystyle\int_0^1 f(t)dt = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(\frac{k}{n}) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f(\frac{k}{n})$.

— Intégrations par parties. Changements de variables (✐ « **Au cours d'une épreuve, sauf dans les cas simples, la nécessité d'un intégration par parties ou d'un changement de variable sera indiquée** »).

EXERCICE 2 : Matrices et applications linéaires.

Bonnes colles !