

**- Programme de colle quinzaine 3, semaine 2 -****Questions de cours : chapitre « Probabilités »**

- **Q1** : Définition de « systèmes complets et quasi-complet d'événements ». Formule des probabilités totales (énoncé et preuve).
- **Q2** : Formule des probabilités composées. Énoncé et preuve.
- **Q3** : Formule de Bayes. Énoncé et preuve.
- **Q4** : Soit une suite  $(p_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $p_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ . Montrer qu'il existe une probabilité  $\mathbb{P}$  sur  $(\mathbb{N}, \mathcal{P}(\mathbb{N}))$  telle que  $\mathbb{P}(\{n\}) = p_n$ . Quelle est dans ce cas la probabilité de l'événement  $A$  : « l'entier est pair » ?
- **Q5** : Une urne est composée de boules blanches en proportion  $p$  ( $0 < p < 1$ ). On effectue  $n$  tirages avec remise dans cette urne.  
Écrire une fonction `tirageAR(n, p)` qui utilise la fonction `random()` pour modéliser cette expérience et qui renvoie le nombre de boules blanches obtenues au cours de ce tirage.
- **Q6** : Soit un entier  $n$  fixé et  $L$  une liste d'entiers compris entre 0 et  $n$ .  
Écrire une fonction `frequences(L, n)` qui renvoie sans recours à aucune bibliothèque, la liste des fréquences relatives de chaque entier allant de 0 à  $n$ .  
☞ Par exemple `frequences([1, 2, 1, 3, 0, 2, 3, 3, 3, 1], 4)` renvoie `[1, 3, 2, 4]`

**Exercices**

On pourra donner **un exercice simple sur les séries numériques** pour vérifier la maîtrise et la compréhension des théorèmes de convergence au programme, cependant : « Les séries ont été introduites comme un outil pour donner tout leur sens aux probabilités et variables aléatoires discrètes. En dehors des questions de probabilistes, les séries ne doivent être utilisées que de manière exceptionnelle et en lien avec des démarches de modélisation ».

L'essentiel de la colle portera sur un **exercice de probabilités** dans lequel interviendra la **formule des probabilités totales** ou des **probabilités composées**.

☞ *Remarque* : Il pourra être demandé de modéliser une expérience aléatoire à l'aide d'une variable aléatoire uniforme (`rdm.randint(a, b)` ou `rdm.random()`).

**Bonnes colles !**

A suivre : Exercices sur « Concepts de base des probabilités et des variables aléatoires ».