# - Programme de colle quinzaine 2, semaine 1... -

### Questions de cours : chapitre « Séries numériques »

- Q1 : Divergence de la série harmonique. Démonstration.
- Q2 : Énoncer et démontrer le théorème de convergence par comparaison pour deux séries à termes positifs telles que  $u_n \leq v_n$  à partir d'un certain rang.

 $\mathscr{O}$  Il sera démontré dans un premier temps qu'une série à termes positifs converge si, et seulement si, la suite  $(S_n)$  des sommes partielles converge.

- **Q3**: Montrer que : Si  $\sum x_n$  est une S.T.P. convergente, alors  $\sum x_n^2$  converge.
- **Q4**: Soient  $\sum u_n$  et  $\sum v_n$  deux séries à termes strictement positifs. Si  $u_n \underset{n \to \infty}{\sim} v_n$ , alors les deux séries  $\sum u_n$  et  $\sum v_n$  sont de même nature. *Démonstration*.
- **Q5** : Nature et somme éventuelle des séries géométriques  $\sum q^n$ . Démonstration.
- **Q6**: Nature et somme éventuelle des séries géométriques dérivées  $\sum_{n\geq 1} nq^{n-1}$ . Démonstration.
- Q7 : Convergence des séries  $\sum \frac{1}{n(n-1)}$  et  $\sum \frac{1}{n^2}$ . Démonstration.
- **Q8**: La convergence absolue est une condition **suffisante** pour obtenir la convergence d'une série. Démonstration.

## Exercices

#### Révisions « suites récurrentes définies par une fonction »et « suites implicites ».

L'objectif est de mettre en pratique les chapitres de première année retravaillés durant la première quinzaine de colle, dans l'esprit des sujets proposés à l'oral.

Remarque : La maîtrise de l'algorithme de dichotomie (rappelé dans l'énoncé) sera vérifiée sur l'un au moins des exercices qui sera proposé.

#### Bonnes colles!