

Echauffements

19 septembre 2025

Fiches d'échauffement

1 Suites numériques

- Vocabulaire, suites usuelles et principaux théorèmes
- Suites définies par une fonction

2 Fonctions d'une variable réelle

- Limites, continuité et dérivabilité
- Développements limités et équivalents

3 Intégration

- Intégrales définies
- Fonctions définies par une intégrale
- Intégrales généralisées

4 équations différentielles

- équations différentielles
- systèmes différentiels

5 séries numériques

Table des matières

- 1 Suites numériques
 - Vocabulaire, suites usuelles et principaux théorèmes
 - Suites définies par une fonction
- 2 Fonctions d'une variable réelle
 - Limites, continuité et dérivabilité
 - Développements limités et équivalents
- 3 Intégration
 - Intégrales définies
 - Fonctions définies par une intégrale
 - Intégrales généralisées
- 4 équations différentielles
 - équations différentielles
 - systèmes différentiels
- 5 séries numériques

Limites et convergence

- Définition de $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = L$ où $L \in \mathbb{R}$:
- Définition de $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty$:
- Une suite convergente est bornée (V/F) :
- Toute suite bornée converge (V/F) :
- Toute suite convergeant vers une limite $L > 0$ est minorée par un réel $m > 0$ à partir d'un certain rang (V/F) :

Limites et convergence

- Définition de $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = L$ où $L \in \mathbb{R}$:
$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, |u_n - L| \leq \epsilon$$
- Définition de $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty$:
- Une suite convergente est bornée (V/F) :
- Toute suite bornée converge (V/F) :
- Toute suite convergeant vers une limite $L > 0$ est minorée par un réel $m > 0$ à partir d'un certain rang (V/F) :

Limites et convergence

- Définition de $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = L$ où $L \in \mathbb{R}$:

$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, |u_n - L| \leq \epsilon$$

- Définition de $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty$:

$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, u_n \geq \epsilon$$

- Une suite convergente est bornée (V/F) :
- Toute suite bornée converge (V/F) :
- Toute suite convergeant vers une limite $L > 0$ est minorée par un réel $m > 0$ à partir d'un certain rang (V/F) :

Limites et convergence

- Définition de $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = L$ où $L \in \mathbb{R}$:
$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, |u_n - L| \leq \epsilon$$
- Définition de $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty$:
$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, u_n \geq \epsilon$$
- Une suite convergente est bornée (V/F) : **Vrai** -
Démonstration ?
- Toute suite bornée converge (V/F) :
- Toute suite convergeant vers une limite $L > 0$ est minorée par un réel $m > 0$ à partir d'un certain rang (V/F) :

Limites et convergence

- Définition de $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = L$ où $L \in \mathbb{R}$:

$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, |u_n - L| \leq \epsilon$$

- Définition de $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty$:

$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, u_n \geq \epsilon$$

- Une suite convergente est bornée (V/F) : **Vrai** -
Démonstration ?
- Toute suite bornée converge (V/F) : **Faux** - il suffit de penser à $(-1)^n$
- Toute suite convergeant vers une limite $L > 0$ est minorée par un réel $m > 0$ à partir d'un certain rang (V/F) :

Limites et convergence

- Définition de $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = L$ où $L \in \mathbb{R}$:

$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, |u_n - L| \leq \epsilon$$

- Définition de $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty$:

$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, u_n \geq \epsilon$$

- Une suite convergente est bornée (V/F) : **Vrai** -
Démonstration ?
- Toute suite bornée converge (V/F) : **Faux** - il suffit de penser à $(-1)^n$
- Toute suite convergeant vers une limite $L > 0$ est minorée par un réel $m > 0$ à partir d'un certain rang (V/F) : **Vrai** -
considérer le cas particulier $\epsilon = L/2$

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle.

- ❶ Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = L$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = L$ ou $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = -L$?
- ❷ Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = L$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = L$?
- ❸ Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = |L|$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = L$?
- ❹ Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = 0$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = 0$?

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle.

- ① Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = L$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = L$ ou $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = -L$?

Faux

- ② Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = L$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = L$?
- ③ Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = |L|$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = L$?
- ④ Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = 0$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = 0$?

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle.

- ① Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = L$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = L$ ou $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = -L$?

Faux

- ② Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = L$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = L$? **Faux**

- ③ Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = |L|$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = L$?

- ④ Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = 0$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = 0$?

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle.

- ① Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = L$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = L$ ou $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = -L$?

Faux

- ② Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = L$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = L$? **Faux**

- ③ Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = |L|$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = L$? **Faux**

- ④ Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = 0$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = 0$?

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle.

- ① Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = L$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = L$ ou $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = -L$?

Faux

- ② Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = L$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = L$? **Faux**

- ③ Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = |L|$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = L$? **Faux**

- ④ Si $\lim_{n \rightarrow \infty} (|U_n|) = 0$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = 0$? **Vrai**

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle convergeant vers L .

- ❶ $(n(U_n - L))_{n \in \mathbb{N}}$ diverge vers $+\infty$?
- ❷ Si $L < 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait :
 $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n < 2$?
- ❸ Si $L \leq 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait :
 $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n \leq 2$?
- ❹ $\left(\frac{1}{U_n}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers $\frac{1}{L}$?

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle convergeant vers L .

- ❶ $(n(U_n - L))_{n \in \mathbb{N}}$ diverge vers $+\infty$? **On ne sait pas...**
- ❷ Si $L < 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait :
 $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n < 2$?
- ❸ Si $L \leq 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait :
 $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n \leq 2$?
- ❹ $\left(\frac{1}{U_n}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers $\frac{1}{L}$?

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle convergeant vers L .

- ❶ $(n(U_n - L))_{n \in \mathbb{N}}$ diverge vers $+\infty$? **On ne sait pas...**
- ❷ Si $L < 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait :
 $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n < 2$? **Vrai**
- ❸ Si $L \leq 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait :
 $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n \leq 2$?
- ❹ $\left(\frac{1}{U_n}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers $\frac{1}{L}$?

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle convergeant vers L .

- ① $(n(U_n - L))_{n \in \mathbb{N}}$ diverge vers $+\infty$? **On ne sait pas...**
- ② Si $L < 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait :
 $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n < 2$? **Vrai**
- ③ Si $L \leq 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait :
 $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n \leq 2$? **Faux**
- ④ $\left(\frac{1}{U_n}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers $\frac{1}{L}$?

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle convergeant vers L .

- ❶ $(n(U_n - L))_{n \in \mathbb{N}}$ diverge vers $+\infty$? **On ne sait pas...**
- ❷ Si $L < 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait :
 $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n < 2$? **Vrai**
- ❸ Si $L \leq 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait :
 $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n \leq 2$? **Faux**
- ❹ $\left(\frac{1}{U_n}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers $\frac{1}{L}$? **Faux.. si $L = 0$**

Théorèmes

- Énoncer le **théorème d'encadrement des limites** ou « théorème des gendarmes » :

- Énoncer le **théorème des suites monotones** :

Théorèmes

- Énoncer le **théorème d'encadrement des limites** ou « théorème des gendarmes » :

Soit (a_n) , (b_n) et (c_n) trois suites réelles telles que :

$$\begin{cases} a_n \leq b_n \leq c_n & \text{à partir d'un certain rang} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} c_n = L & , L \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Alors $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = L$

- Énoncer le **théorème des suites monotones** :

Théorèmes

- Énoncer le **théorème d'encadrement des limites** ou « théorème des gendarmes » :

Soit (a_n) , (b_n) et (c_n) trois suites réelles telles que :

$$\begin{cases} a_n \leq b_n \leq c_n & \text{à partir d'un certain rang} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} c_n = L & , L \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Alors $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = L$

- Énoncer le **théorème des suites monotones** :

Soit (a_n) une suite réelle, croissante et majorée. Alors (a_n) est convergente et $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \sup\{a_n, n \in \mathbb{N}\}$ ou encore :

Soit (a_n) une suite réelle, décroissante et minorée. Alors (a_n) est convergente et $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \inf\{a_n, n \in \mathbb{N}\}$

Exemple 1

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite $\left(\frac{-1}{n!}\right) \in \mathbb{N}$.

- ❶ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante.
- ❷ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge.
- ❸ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
- ❹ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique.

Exemple 1

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite $\left(\frac{-1}{n!}\right) \in \mathbb{N}$.

- ❶ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante.
- ❷ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge.
- ❸ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
- ❹ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique.

Indication : Pour le sens de variation, si on compare $\frac{U_{n+1}}{U_n}$ à 1, alors on prendra garde au signe de $U_n \dots$

Exemple 1

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite $\left(\frac{-1}{n!}\right) \in \mathbb{N}$.

- ❶ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante.
- ❷ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge.
- ❸ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2. **Faux**
- ❹ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique.

Indication : Pour le sens de variation, si on compare $\frac{U_{n+1}}{U_n}$ à 1, alors on prendra garde au signe de U_n ...

Exemple 1

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite $\left(\frac{-1}{n!}\right) \in \mathbb{N}$.

- ❶ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante.
- ❷ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge.
- ❸ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2. **Faux**
- ❹ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique. **Faux**

Indication : Pour le sens de variation, si on compare $\frac{U_{n+1}}{U_n}$ à 1, alors on prendra garde au signe de $U_n \dots$

Exemple 1

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite $\left(\frac{-1}{n!}\right) \in \mathbb{N}$.

- ❶ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante. **Faux**
- ❷ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge.
- ❸ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2. **Faux**
- ❹ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique. **Faux**

Indication : Pour le sens de variation, si on compare $\frac{U_{n+1}}{U_n}$ à 1, alors on prendra garde au signe de $U_n \dots$

Exemple 1

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite $\left(\frac{-1}{n!}\right) \in \mathbb{N}$.

- ❶ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante. **Faux**
- ❷ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge. **Vrai**
- ❸ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2. **Faux**
- ❹ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique. **Faux**

Indication : Pour le sens de variation, si on compare $\frac{U_{n+1}}{U_n}$ à 1, alors on prendra garde au signe de $U_n \dots$

Exemple 2

On pose $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n+k}} \right)$

① $L = +\infty ?$

② $L = 0 ?$

③ $L = \frac{1}{\sqrt{e}} ?$

④ L n'existe pas ?

Exemple 2

On pose $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n+k}} \right)$

① $L = +\infty ?$

② $L = 0 ?$

③ $L = \frac{1}{\sqrt{e}} ?$

④ L n'existe pas ?

Indication : Penser au théorème des gendarmes

Exemple 2

On pose $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n+k}} \right)$

① $L = +\infty$? **Vrai**

② $L = 0$? **Faux**

③ $L = \frac{1}{\sqrt{e}}$? **Faux**

④ L n'existe pas ?
Faux

Indication : Penser au théorème des gendarmes

Théorème des suites adjacentes

- 1 Quelles hypothèses vérifier pour pouvoir dire que (a_n) et (b_n) sont adjacentes ?
- 2 Si on suppose que (a_n) est croissante et (b_n) décroissante, existe-t-il un entier n_0 tel que : $a_{n_0} > b_{n_0}$?
- 3 Montrer la convergence vers une même limite de deux suites adjacentes :

Théorème des suites adjacentes

- 1 Quelles hypothèses vérifier pour pouvoir dire que (a_n) et (b_n) sont adjacentes ?
 (a_n) et (b_n) sont deux suites monotones, de monotonie opposées et $\lim_{n \rightarrow \infty} (b_n - a_n) = 0$
- 2 Si on suppose que (a_n) est croissante et (b_n) décroissante, existe-t-il un entier n_0 tel que : $a_{n_0} > b_{n_0}$?
- 3 Montrer la convergence vers une même limite de deux suites adjacentes :

Théorème des suites adjacentes

- 1 Quelles hypothèses vérifier pour pouvoir dire que (a_n) et (b_n) sont adjacentes ?
 (a_n) et (b_n) sont deux suites monotones, de monotonie opposées et $\lim_{n \rightarrow \infty} (b_n - a_n) = 0$
- 2 Si on suppose que (a_n) est croissante et (b_n) décroissante, existe-t-il un entier n_0 tel que : $a_{n_0} > b_{n_0}$?
Non - La démonstration peut se faire par l'absurde en considérant par exemple la suite de terme général $w_n = a_n - b_n$ et en montrant qu'elle est croissante
- 3 Montrer la convergence vers une même limite de deux suites adjacentes :

Théorème des suites adjacentes

- 1 Quelles hypothèses vérifier pour pouvoir dire que (a_n) et (b_n) sont adjacentes ?
 (a_n) et (b_n) sont deux suites monotones, de monotonie opposées et $\lim_{n \rightarrow \infty} (b_n - a_n) = 0$
- 2 Si on suppose que (a_n) est croissante et (b_n) décroissante, existe-t-il un entier n_0 tel que : $a_{n_0} > b_{n_0}$?
Non - La démonstration peut se faire par l'absurde en considérant par exemple la suite de terme général $w_n = a_n - b_n$ et en montrant qu'elle est croissante
- 3 Montrer la convergence vers une même limite de deux suites adjacentes : Une fois le point 2 acquis, c'est une simple application du théorème des suites monotones

Adjacence... ou pas

Soient $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ les deux suites définies par :

$$u_0 = 1, v_0 = 2 \text{ et, } \forall n \in \mathbb{N}, \frac{2}{u_{n+1}} = \frac{1}{u_n} + \frac{1}{v_n} \text{ et } v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}.$$

- ① $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tendent vers $\sqrt{2}$?
- ② $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tendent vers e ?
- ③ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ divergent ?
- ④ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vers 2 ?

Adjacence... ou pas

Soient $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ les deux suites définies par :

$$u_0 = 1, v_0 = 2 \text{ et, } \forall n \in \mathbb{N}, \frac{2}{u_{n+1}} = \frac{1}{u_n} + \frac{1}{v_n} \text{ et } v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}.$$

- ① $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tendent vers $\sqrt{2}$?
- ② $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tendent vers e ?
- ③ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ divergent ?
- ④ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vers 2 ?

ind. 1 : Que dire de la suite $(w_n) = (u_n v_n)$?

Adjacence... ou pas

Soient $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ les deux suites définies par :

$$u_0 = 1, v_0 = 2 \text{ et, } \forall n \in \mathbb{N}, \frac{2}{u_{n+1}} = \frac{1}{u_n} + \frac{1}{v_n} \text{ et } v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}.$$

- ① $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tendent vers $\sqrt{2}$?
- ② $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tendent vers e ?
- ③ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ divergent ?
- ④ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vers 2 ?

ind. 1 : Que dire de la suite $(w_n) = (u_n v_n)$? cste égale à 2

Adjacence... ou pas

Soient $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ les deux suites définies par :

$$u_0 = 1, v_0 = 2 \text{ et, } \forall n \in \mathbb{N}, \frac{2}{u_{n+1}} = \frac{1}{u_n} + \frac{1}{v_n} \text{ et } v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}.$$

- ① $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tendent vers $\sqrt{2}$?
- ② $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tendent vers e ?
- ③ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ divergent ?
- ④ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vers 2 ?

ind. 1 : Que dire de la suite $(w_n) = (u_n v_n)$? cste égale à 2

ind. 2 : Sens de : variations et cvgce ?

Adjacence... ou pas

Soient $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ les deux suites définies par :

$$u_0 = 1, v_0 = 2 \text{ et, } \forall n \in \mathbb{N}, \frac{2}{u_{n+1}} = \frac{1}{u_n} + \frac{1}{v_n} \text{ et } v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}.$$

- ① $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tendent vers $\sqrt{2}$?
- ② $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tendent vers e ?
- ③ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ divergent ?
- ④ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vers 2 ?

ind. 1 : Que dire de la suite $(w_n) = (u_n v_n)$? cste égale à 2

ind. 2 : Sens de : variations et cvgce ? (u_n) croît, (v_n) décroît.

Elles convergent vers L et L' telles que $L \leq L'$

Adjacence... ou pas

Soient $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ les deux suites définies par :

$$u_0 = 1, v_0 = 2 \text{ et, } \forall n \in \mathbb{N}, \frac{2}{u_{n+1}} = \frac{1}{u_n} + \frac{1}{v_n} \text{ et } v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}.$$

- ① $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tendent vers $\sqrt{2}$?
- ② $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tendent vers e ?
- ③ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ divergent ?
- ④ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vers 2 ?

ind. 1 : Que dire de la suite $(w_n) = (u_n v_n)$? cste égale à 2

ind. 2 : Sens de : variations et cvgce ? (u_n) croît, (v_n) décroît.

Elles convergent vers L et L' telles que $L \leq L'$

ind. 3 : Trouver 2 éq. vérifiées par L et L' .

Adjacence... ou pas

Soient $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ les deux suites définies par :

$$u_0 = 1, v_0 = 2 \text{ et, } \forall n \in \mathbb{N}, \frac{2}{u_{n+1}} = \frac{1}{u_n} + \frac{1}{v_n} \text{ et } v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}.$$

① $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tendent vers $\sqrt{2}$? **Vrai**

② $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tendent vers e ? **Faux**

③ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ divergent? **Faux**

④ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vers 2?

Faux

ind. 1 : Que dire de la suite $(w_n) = (u_n v_n)$? cste égale à 2

ind. 2 : Sens de : variations et cvgce? (u_n) croît, (v_n) décroît.

Elles convergent vers L et L' telles que $L \leq L'$

ind. 3 : Trouver 2 éq. vérifiées par L et L' .

Suites géométriques

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite $\left(\sum_{k=0}^n V_k\right) \in \mathbb{N}$ avec $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite géométrique de raison $\frac{1}{5}$ et de premier terme 2.

- ❶ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ?
- ❷ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers $\frac{5}{4}$?
- ❸ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ?
- ❹ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique ?

Suites géométriques

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite $\left(\sum_{k=0}^n V_k\right) \in \mathbb{N}$ avec $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite géométrique de raison $\frac{1}{5}$ et de premier terme 2.

- ① $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
- ② $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers $\frac{5}{4}$? **Faux**
- ③ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ? **Vrai**
- ④ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique ? **Faux**

Suites géométriques...

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite $\left(\frac{7^{(2n+7)^2}}{7^{4n^2}} \right)_{n \in \mathbb{N}}$.

- ❶ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ?
- ❷ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ?
- ❸ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmético-géométrique ?
- ❹ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique ?

Suites géométriques...

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite $\left(\frac{7^{(2n+7)^2}}{7^{4n^2}} \right)_{n \in \mathbb{N}}$.

- ① $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
- ② $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ? **Faux**
- ③ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmético-géométrique ? **Faux**
- ④ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique ? **Vrai**

Suites arithmético-géométriques

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que : $u_{n+1} = au_n + b, \forall n \in \mathbb{N}$.

- ① (u_n) est une suite arithmétique si...
- ② (u_n) est une suite géométrique si...
- ③ Sinon ($a \neq 1, b \neq 0$), on détermine $L \in \mathbb{R}$ tel que $L = aL + b$.
Alors la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $v_n = u_n - L$ où est une suite...

On en déduit la forme explicite de u_n , à savoir :

- ④ Si $|a| < 1$, la suite (u_n) converge pour tout u_0 vers...
- ⑤ Si $|a| \geq 1, a \neq 1$, la suite (u_n) diverge, sauf si...

Suites arithmético-géométriques

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que : $u_{n+1} = au_n + b, \forall n \in \mathbb{N}$.

- ❶ (u_n) est une suite arithmétique si... $a = 1$
- ❷ (u_n) est une suite géométrique si...
- ❸ Sinon ($a \neq 1, b \neq 0$), on détermine $L \in \mathbb{R}$ tel que $L = aL + b$.
Alors la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $v_n = u_n - L$ où est une suite...

On en déduit la forme explicite de u_n , à savoir :

- ❹ Si $|a| < 1$, la suite (u_n) converge pour tout u_0 vers...
- ❺ Si $|a| \geq 1, a \neq 1$, la suite (u_n) diverge, sauf si...

Suites arithmético-géométriques

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que : $u_{n+1} = au_n + b, \forall n \in \mathbb{N}$.

- ① (u_n) est une suite arithmétique si... $a = 1$
- ② (u_n) est une suite géométrique si... $b = 0$
- ③ Sinon ($a \neq 1, b \neq 0$), on détermine $L \in \mathbb{R}$ tel que $L = aL + b$.
Alors la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $v_n = u_n - L$ où est une suite...

On en déduit la forme explicite de u_n , à savoir :

- ④ Si $|a| < 1$, la suite (u_n) converge pour tout u_0 vers...
- ⑤ Si $|a| \geq 1, a \neq 1$, la suite (u_n) diverge, sauf si...

Suites arithmético-géométriques

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que : $u_{n+1} = au_n + b, \forall n \in \mathbb{N}$.

- ❶ (u_n) est une suite arithmétique si... $a = 1$
- ❷ (u_n) est une suite géométrique si... $b = 0$
- ❸ Sinon ($a \neq 1, b \neq 0$), on détermine $L \in \mathbb{R}$ tel que $L = aL + b$.
Alors la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $v_n = u_n - L$ où est une suite... géométrique de raison $q = a$
On en déduit la forme explicite de u_n , à savoir :
- ❹ Si $|a| < 1$, la suite (u_n) converge pour tout u_0 vers...
- ❺ Si $|a| \geq 1, a \neq 1$, la suite (u_n) diverge, sauf si...

Suites arithmético-géométriques

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que : $u_{n+1} = au_n + b, \forall n \in \mathbb{N}$.

- ① (u_n) est une suite arithmétique si... $a = 1$
- ② (u_n) est une suite géométrique si... $b = 0$
- ③ Sinon ($a \neq 1, b \neq 0$), on détermine $L \in \mathbb{R}$ tel que $L = aL + b$.
Alors la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $v_n = u_n - L$ où est une suite... géométrique de raison $q = a$

On en déduit la forme explicite de u_n , à savoir :

$$u_n = a^n(u_0 - L) + L, \forall n \in \mathbb{N}$$

- ④ Si $|a| < 1$, la suite (u_n) converge pour tout u_0 vers...
- ⑤ Si $|a| \geq 1, a \neq 1$, la suite (u_n) diverge, sauf si...

Suites arithmético-géométriques

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que : $u_{n+1} = au_n + b, \forall n \in \mathbb{N}$.

- ❶ (u_n) est une suite arithmétique si... $a = 1$
- ❷ (u_n) est une suite géométrique si... $b = 0$
- ❸ Sinon ($a \neq 1, b \neq 0$), on détermine $L \in \mathbb{R}$ tel que $L = aL + b$.
Alors la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $v_n = u_n - L$ où est une suite... géométrique de raison $q = a$

On en déduit la forme explicite de u_n , à savoir :

$$u_n = a^n(u_0 - L) + L, \forall n \in \mathbb{N}$$

- ❹ Si $|a| < 1$, la suite (u_n) converge pour tout u_0 vers... L
- ❺ Si $|a| \geq 1, a \neq 1$, la suite (u_n) diverge, sauf si...

Suites arithmético-géométriques

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que : $u_{n+1} = au_n + b, \forall n \in \mathbb{N}$.

- ① (u_n) est une suite arithmétique si... $a = 1$
- ② (u_n) est une suite géométrique si... $b = 0$
- ③ Sinon ($a \neq 1, b \neq 0$), on détermine $L \in \mathbb{R}$ tel que $L = aL + b$.
Alors la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $v_n = u_n - L$ où est une suite... géométrique de raison $q = a$

On en déduit la forme explicite de u_n , à savoir :

$$u_n = a^n(u_0 - L) + L, \forall n \in \mathbb{N}$$

- ④ Si $|a| < 1$, la suite (u_n) converge pour tout u_0 vers... L
- ⑤ Si $|a| \geq 1, a \neq 1$, la suite (u_n) diverge, sauf si... $u_0 = L$, auquel cas elle est constante égale à L

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et
 $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 4$.

- ❶ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers $-\infty$.
- ❷ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n \in \mathbb{N}}$.
- ❸ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 - 1)_{n \in \mathbb{N}}$.
- ❹ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n \in \mathbb{N}}$.

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 4$.

- ❶ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers $-\infty$. **Faux**
- ❷ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n \in \mathbb{N}}$.
- ❸ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 - 1)_{n \in \mathbb{N}}$.
- ❹ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n \in \mathbb{N}}$.

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 4$.

- ❶ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers $-\infty$. **Faux**
- ❷ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n \in \mathbb{N}}$.
- ❸ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 - 1)_{n \in \mathbb{N}}$.
- ❹ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n \in \mathbb{N}}$. **Faux**

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 4$.

- ❶ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers $-\infty$. **Faux**
- ❷ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n \in \mathbb{N}}$.
- ❸ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 - 1)_{n \in \mathbb{N}}$. **Faux**
- ❹ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n \in \mathbb{N}}$. **Faux**

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 4$.

- ❶ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers $-\infty$. **Faux**
- ❷ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n \in \mathbb{N}}$. **Vrai**
- ❸ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 - 1)_{n \in \mathbb{N}}$. **Faux**
- ❹ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n \in \mathbb{N}}$. **Faux**

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 8$.

- ❶ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n \in \mathbb{N}}$.
- ❷ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 + 1)_{n \in \mathbb{N}}$.
- ❸ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$.
- ❹ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n \in \mathbb{N}}$.

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 8$.

- ❶ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n \in \mathbb{N}}$. **Faux**
- ❷ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 + 1)_{n \in \mathbb{N}}$.
- ❸ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$.
- ❹ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n \in \mathbb{N}}$.

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 8$.

- ❶ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n \in \mathbb{N}}$. **Faux**
- ❷ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 + 1)_{n \in \mathbb{N}}$. **Faux**
- ❸ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$.
- ❹ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n \in \mathbb{N}}$.

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 8$.

- ❶ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n \in \mathbb{N}}$. **Faux**
- ❷ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 + 1)_{n \in \mathbb{N}}$. **Faux**
- ❸ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$.
- ❹ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n \in \mathbb{N}}$. **Faux**

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 8$.

- ❶ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n \in \mathbb{N}}$. **Faux**
- ❷ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 + 1)_{n \in \mathbb{N}}$. **Faux**
- ❸ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$. **Vrai**
- ❹ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n \in \mathbb{N}}$. **Faux**

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que :

$$u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n, \forall n \in \mathbb{N}$$

On pose (E_c) l'équation caractéristique : $r^2 - ar - b = 0$ de discriminant $\Delta = a^2 + 4b$

- ① Si $\Delta > 0$: 2 racines réelles r_1 et r_2 .

Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que

$$u_n =$$

- ② Si $\Delta = 0$: racine double réelle r_0 .

Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que

$$u_n =$$

- ③ Si $\Delta < 0$: 2 racines complexes $r_1 = \rho e^{i\theta}$ et $r_2 = \rho e^{-i\theta}$.

Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que

$$u_n =$$

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que :

$$u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n, \forall n \in \mathbb{N}$$

On pose (E_c) l'équation caractéristique : $r^2 - ar - b = 0$ de discriminant $\Delta = a^2 + 4b$

- ① Si $\Delta > 0$: 2 racines réelles r_1 et r_2 .

Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que

$$u_n = \alpha r_1^n + \beta r_2^n$$

- ② Si $\Delta = 0$: racine double réelle r_0 .

Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que

$$u_n =$$

- ③ Si $\Delta < 0$: 2 racines complexes $r_1 = \rho e^{i\theta}$ et $r_2 = \rho e^{-i\theta}$.

Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que

$$u_n =$$

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que :

$$u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n, \forall n \in \mathbb{N}$$

On pose (E_c) l'équation caractéristique : $r^2 - ar - b = 0$ de discriminant $\Delta = a^2 + 4b$

- ① Si $\Delta > 0$: 2 racines réelles r_1 et r_2 .

Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que

$$u_n = \alpha r_1^n + \beta r_2^n$$

- ② Si $\Delta = 0$: racine double réelle r_0 .

Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que

$$u_n = (\alpha n + \beta) r_0^n$$

- ③ Si $\Delta < 0$: 2 racines complexes $r_1 = \rho e^{i\theta}$ et $r_2 = \rho e^{-i\theta}$.

Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que

$$u_n =$$

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que :

$$u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n, \forall n \in \mathbb{N}$$

On pose (E_c) l'équation caractéristique : $r^2 - ar - b = 0$ de discriminant $\Delta = a^2 + 4b$

- ① Si $\Delta > 0$: 2 racines réelles r_1 et r_2 .

Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que

$$u_n = \alpha r_1^n + \beta r_2^n$$

- ② Si $\Delta = 0$: racine double réelle r_0 .

Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que

$$u_n = (\alpha n + \beta) r_0^n$$

- ③ Si $\Delta < 0$: 2 racines complexes $r_1 = \rho e^{i\theta}$ et $r_2 = \rho e^{-i\theta}$.

Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que

$$u_n = (\alpha \cos(n\theta) + \beta \sin(n\theta)) \rho^n$$

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : Fibonacci

$u_0 = u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$.

❶ u_n est $-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}$?

❷ u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}} \left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n \right)$?

❸ u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}} \left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} \right)$?

❹ u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n \right)$?

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : Fibonacci

$u_0 = u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$.

❶ u_n est $-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}$? **Faux**

❷ u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}} \left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n \right)$?

❸ u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}} \left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} \right)$?

❹ u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n \right)$?

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : Fibonacci

$u_0 = u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$.

❶ u_n est $-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}$? **Faux**

❷ u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}} \left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n \right)$? **Faux**

❸ u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}} \left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} \right)$?

❹ u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n \right)$?

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : Fibonacci

$u_0 = u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$.

- 1 u_n est $-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}$? **Faux**
- 2 u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}} \left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n \right)$? **Faux**
- 3 u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}} \left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} \right)$? **Vrai**
- 4 u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n \right)$?

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : Fibonacci

$u_0 = u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$.

❶ u_n est $-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}$? **Faux**

❷ u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}} \left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n \right)$? **Faux**

❸ u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}} \left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} \right)$? **Vrai**

❹ u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n \right)$? **Faux**

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par $u_0 = e^3$, $u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n : $u_{n+2} = \sqrt{u_{n+1}u_n}$.

- ❶ $(\exp(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ?
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ?
- ❸ $(\ln(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
- ❹ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ n'est pas définie ?

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par $u_0 = e^3$, $u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n : $u_{n+2} = \sqrt{u_{n+1}u_n}$.

- ❶ $(\exp(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ? **Faux**
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ?
- ❸ $(\ln(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
- ❹ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ n'est pas définie ?

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par $u_0 = e^3$, $u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n : $u_{n+2} = \sqrt{u_{n+1}u_n}$.

- ❶ $(\exp(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ? **Faux**
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ? **Faux**
- ❸ $(\ln(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
- ❹ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ n'est pas définie ?

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par $u_0 = e^3$, $u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n : $u_{n+2} = \sqrt{u_{n+1}u_n}$.

- ❶ $(\exp(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ? **Faux**
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ? **Faux**
- ❸ $(\ln(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2. **Vrai**
- ❹ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ n'est pas définie ?

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par $u_0 = e^3$, $u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n : $u_{n+2} = \sqrt{u_{n+1}u_n}$.

- ❶ $(\exp(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ? **Faux**
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ? **Faux**
- ❸ $(\ln(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2. **Vrai**
- ❹ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ n'est pas définie ? **Faux**

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n = o_{n \rightarrow +\infty}(V_n)$?

$$① \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (V_n) ?$$

$$② \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 0.$$

$$③ \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 1.$$

$$④ \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{V_n}{U_n} \right) = 0.$$

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n = o_{n \rightarrow +\infty}(V_n)$?

① $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (V_n)$? **Faux**

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 0.$

③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 1.$

④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{V_n}{U_n} \right) = 0.$

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n = o_{n \rightarrow +\infty}(V_n)$?

① $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (V_n)$? **Faux**

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 0$. **Vrai**

③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 1$.

④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{V_n}{U_n} \right) = 0$.

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n = o_{n \rightarrow +\infty}(V_n)$?

① $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (V_n)$? **Faux**

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 0$. **Vrai**

③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 1$. **Faux**

④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{V_n}{U_n} \right) = 0$.

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n = o_{n \rightarrow +\infty}(V_n)$?

① $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (V_n)$? **Faux**

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 0$. **Vrai**

③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 1$. **Faux**

④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{V_n}{U_n} \right) = 0$. **Faux**

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} V_n$?

① $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (V_n) ?$

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 0.$

③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 1.$

④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{V_n}{U_n} \right) = 0.$

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} V_n$?

① $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (V_n)$? **Faux**

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 0.$

③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 1.$

④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{V_n}{U_n} \right) = 0.$

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} V_n$?

① $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (V_n)$? **Faux**

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 0$. **Faux**

③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 1$.

④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{V_n}{U_n} \right) = 0$.

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} V_n$?

① $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (V_n)$? **Faux**

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 0$. **Faux**

③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 1$. **Vrai**

④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{V_n}{U_n} \right) = 0$.

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} V_n$?

① $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (V_n)$? **Faux**

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 0$. **Faux**

③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_n}{V_n} \right) = 1$. **Vrai**

④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{V_n}{U_n} \right) = 0$. **Faux**

négligeabilité et équivalences

- ① Soit quatre suites a , b , c et d de terme général respectif :

$$a_n = n!, \quad b_n = \sqrt{n}, \quad c_n = 2^n, \quad d_n = n^3$$

Les croissances comparées sont :

- ② $\cos(1/n) \sim 1$ (V/F) :
- ③ $\sin(1/n) \sim 0$ (V/F) :
- ④ $\exp(1/n) \sim 1 + 2/n$ (V/F) :
- ⑤ $\exp(1/n) - 1 \sim 2/n$ (V/F) :
- ⑥ Si $u_n \sim v_n$ alors $e^{u_n} \sim e^{v_n}$ (V/F) :

négligeabilité et équivalences

- ① Soit quatre suites a , b , c et d de terme général respectif :

$$a_n = n!, \quad b_n = \sqrt{n}, \quad c_n = 2^n, \quad d_n = n^3$$

Les croissances comparées sont :

$$\sqrt{n} = o(n^3); \quad n^3 = o(2^n); \quad 2^n = o(n!)$$

- ② $\cos(1/n) \sim 1$ (V/F) :
- ③ $\sin(1/n) \sim 0$ (V/F) :
- ④ $\exp(1/n) \sim 1 + 2/n$ (V/F) :
- ⑤ $\exp(1/n) - 1 \sim 2/n$ (V/F) :
- ⑥ Si $u_n \sim v_n$ alors $e^{u_n} \sim e^{v_n}$ (V/F) :

négligeabilité et équivalences

- ❶ Soit quatre suites a , b , c et d de terme général respectif :

$$a_n = n!, \quad b_n = \sqrt{n}, \quad c_n = 2^n, \quad d_n = n^3$$

Les croissances comparées sont :

$$\sqrt{n} = o(n^3); \quad n^3 = o(2^n); \quad 2^n = o(n!)$$

- ❷ $\cos(1/n) \sim 1$ (V/F) : VRAI car $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos(1/n) = 1$
- ❸ $\sin(1/n) \sim 0$ (V/F) :
- ❹ $\exp(1/n) \sim 1 + 2/n$ (V/F) :
- ❺ $\exp(1/n) - 1 \sim 2/n$ (V/F) :
- ❻ Si $u_n \sim v_n$ alors $e^{u_n} \sim e^{v_n}$ (V/F) :

négligeabilité et équivalences

- ① Soit quatre suites a , b , c et d de terme général respectif :

$$a_n = n!, \quad b_n = \sqrt{n}, \quad c_n = 2^n, \quad d_n = n^3$$

Les croissances comparées sont :

$$\sqrt{n} = o(n^3); \quad n^3 = o(2^n); \quad 2^n = o(n!)$$

- ② $\cos(1/n) \sim 1$ (V/F) : VRAI car $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos(1/n) = 1$
- ③ $\sin(1/n) \sim 0$ (V/F) : FAUX car sinon, on aurait :
 $\exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, \sin(1/n) = 0$
- ④ $\exp(1/n) \sim 1 + 2/n$ (V/F) :
- ⑤ $\exp(1/n) - 1 \sim 2/n$ (V/F) :
- ⑥ Si $u_n \sim v_n$ alors $e^{u_n} \sim e^{v_n}$ (V/F) :

négligeabilité et équivalences

- ① Soit quatre suites a , b , c et d de terme général respectif :

$$a_n = n!, \quad b_n = \sqrt{n}, \quad c_n = 2^n, \quad d_n = n^3$$

Les croissances comparées sont :

$$\sqrt{n} = o(n^3); \quad n^3 = o(2^n); \quad 2^n = o(n!)$$

- ② $\cos(1/n) \sim 1$ (V/F) : VRAI car $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos(1/n) = 1$
- ③ $\sin(1/n) \sim 0$ (V/F) : FAUX car sinon, on aurait :
 $\exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, \sin(1/n) = 0$
- ④ $\exp(1/n) \sim 1 + 2/n$ (V/F) : VRAI
- ⑤ $\exp(1/n) - 1 \sim 2/n$ (V/F) :
- ⑥ Si $u_n \sim v_n$ alors $e^{u_n} \sim e^{v_n}$ (V/F) : VRAI si $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n - v_n) = 0$,
 FAUX sinon

négligeabilité et équivalences

- ① Soit quatre suites a , b , c et d de terme général respectif :

$$a_n = n!, \quad b_n = \sqrt{n}, \quad c_n = 2^n, \quad d_n = n^3$$

Les croissances comparées sont :

$$\sqrt{n} = o(n^3); \quad n^3 = o(2^n); \quad 2^n = o(n!)$$

- ② $\cos(1/n) \sim 1$ (V/F) : VRAI car $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos(1/n) = 1$
- ③ $\sin(1/n) \sim 0$ (V/F) : FAUX car sinon, on aurait :
 $\exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, \sin(1/n) = 0$
- ④ $\exp(1/n) \sim 1 + 2/n$ (V/F) : VRAI
- ⑤ $\exp(1/n) - 1 \sim 2/n$ (V/F) : FAUX
- ⑥ Si $u_n \sim v_n$ alors $e^{u_n} \sim e^{v_n}$ (V/F) : VRAI si $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n - v_n) = 0$,
 FAUX sinon

Suites récurrentes et fonctions

- ① Soit I une partie non vide de $\mathbb{R}$ et f une fonction définie sur I .
Soit (a_n) une suite à valeur dans I .

Si $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$ et $L \in I$, alors

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = f(L) \text{ (V/F?)}$$

- ② On suppose que (a_n) converge vers L . Justifier le fait que $(|a_n|)$ converge vers $|L|$.

La réciproque est-elle vraie ?

Suites récurrentes et fonctions

- ① Soit I une partie non vide de $\mathbb{R}$ et f une fonction définie sur I .
Soit (a_n) une suite à valeur dans I .

Si $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$ et $L \in I$, alors

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = f(L) \text{ (V/F?)}$$

Faux - Cela n'est vrai que si f est **continue** sur I

- ② On suppose que (a_n) converge vers L . Justifier le fait que $(|a_n|)$ converge vers $|L|$.

La réciproque est-elle vraie ?

Suites récurrentes et fonctions

- ① Soit I une partie non vide de $\mathbb{R}$ et f une fonction définie sur I .
Soit (a_n) une suite à valeur dans I .

Si $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$ et $L \in I$, alors

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = f(L) \text{ (V/F?)}$$

Faux - Cela n'est vrai que si f est **continue** sur I

- ② On suppose que (a_n) converge vers L . Justifier le fait que $(|a_n|)$ converge vers $|L|$. Il suffit d'assurer la continuité de $|\cdot|$ sur $\mathbb{R}$.

La réciproque est-elle vraie ?

Suites récurrentes et fonctions

- ① Soit I une partie non vide de $\mathbb{R}$ et f une fonction définie sur I .
Soit (a_n) une suite à valeur dans I .

Si $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$ et $L \in I$, alors

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = f(L) \text{ (V/F?)}$$

Faux - Cela n'est vrai que si f est **continue** sur I

- ② On suppose que (a_n) converge vers L . Justifier le fait que $(|a_n|)$ converge vers $|L|$. Il suffit d'assurer la continuité de $|\cdot|$ sur $\mathbb{R}$.

La réciproque est-elle vraie? **Non** - il suffit de penser à $a_n = (-1)^n$

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et croissante et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n \in \mathbb{N}} = (f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$.

- ❶ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante ?
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ?
- ❸ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ??
- ❹ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ??

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et croissante et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n \in \mathbb{N}} = (f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$.

- ❶ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante ? **Faux**
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ?
- ❸ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ??
- ❹ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ??

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et croissante et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n \in \mathbb{N}} = (f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$.

- ① $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante ? **Faux**
- ② $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
- ③ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ??
- ④ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ??

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et croissante et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n \in \mathbb{N}} = (f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$.

- ① $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante ? **Faux**
- ② $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
- ③ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ?? **Vrai**
- ④ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ??

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et croissante et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n \in \mathbb{N}} = (f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$.

- ① $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante ? **Faux**
- ② $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
- ③ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ?? **Vrai**
- ④ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ?? **Faux**

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et décroissante et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n \in \mathbb{N}} = (f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$.

- ❶ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ?
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ?
- ❸ $(u_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ?
- ❹ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et décroissante et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n \in \mathbb{N}} = (f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$.

- ❶ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ?
- ❸ $(u_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ?
- ❹ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et décroissante et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n \in \mathbb{N}} = (f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$.

- ❶ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
- ❸ $(u_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ?
- ❹ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et décroissante et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n \in \mathbb{N}} = (f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$.

- ① $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
- ② $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
- ③ $(u_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ? **Vrai**
- ④ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et décroissante et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n \in \mathbb{N}} = (f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$.

- ① $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
- ② $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
- ③ $(u_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ? **Vrai**
- ④ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ? **Faux**

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n \in \mathbb{N}} = (f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$. On suppose que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers un réel L .

- ❶ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ?
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ?
- ❸ $(u_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ?
- ❹ L vaut $f(L)$?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n \in \mathbb{N}} = (f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$. On suppose que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers un réel L .

- ❶ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ?
- ❸ $(u_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ?
- ❹ L vaut $f(L)$?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n \in \mathbb{N}} = (f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$. On suppose que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers un réel L .

- ❶ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
- ❸ $(u_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ?
- ❹ L vaut $f(L)$?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n \in \mathbb{N}} = (f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$. On suppose que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers un réel L .

- ❶ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
- ❸ $(u_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
- ❹ L vaut $f(L)$?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n \in \mathbb{N}} = (f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$. On suppose que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers un réel L .

- ① $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
- ② $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
- ③ $(u_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
- ④ L vaut $f(L)$? **Vrai**

Suites récurrentes et fonctions

Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par $u_0 = 2$ et par, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \ln(u_n)$.

- ❶ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ?
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers 0 ?
- ❸ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ?
- ❹ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ n'est pas définie ?

Suites récurrentes et fonctions

Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par $u_0 = 2$ et par, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \ln(u_n)$.

- ❶ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers 0 ?
- ❸ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ?
- ❹ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ n'est pas définie ?

Suites récurrentes et fonctions

Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par $u_0 = 2$ et par, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \ln(u_n)$.

- ❶ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers 0 ? **Faux**
- ❸ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ?
- ❹ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ n'est pas définie ?

Suites récurrentes et fonctions

Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par $u_0 = 2$ et par, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \ln(u_n)$.

- ❶ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers 0 ? **Faux**
- ❸ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ? **Faux**
- ❹ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ n'est pas définie ?

Suites récurrentes et fonctions

Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par $u_0 = 2$ et par, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \ln(u_n)$.

- ❶ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
- ❷ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers 0 ? **Faux**
- ❸ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge ? **Faux**
- ❹ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ n'est pas définie ? **Vrai**

Table des matières

- 1 Suites numériques
 - Vocabulaire, suites usuelles et principaux théorèmes
 - Suites définies par une fonction
- 2 Fonctions d'une variable réelle
 - Limites, continuité et dérivabilité
 - Développements limités et équivalents
- 3 Intégration
 - Intégrales définies
 - Fonctions définies par une intégrale
 - Intégrales généralisées
- 4 équations différentielles
 - équations différentielles
 - systèmes différentiels
- 5 séries numériques

Limite

- Définition de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$:
- Définition de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$:
- Définition de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$:
- Que peut-on dire du signe de f si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L > 0$? :

Limite

- Définition de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$:

$$\forall \epsilon > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, x \geq \alpha \Rightarrow |f(x) - L| \leq \epsilon$$

ou encore

$$\forall \epsilon > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, x \geq \alpha \Rightarrow L - \epsilon \leq f(x) \leq L + \epsilon$$

- Définition de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$:

- Définition de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$:

- Que peut-on dire du signe de f si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L > 0$? :

Limite

- Définition de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$:

$$\forall \epsilon > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, x \geq \alpha \Rightarrow |f(x) - L| \leq \epsilon$$

ou encore

$$\forall \epsilon > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, x \geq \alpha \Rightarrow L - \epsilon \leq f(x) \leq L + \epsilon$$

- Définition de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$:

$$\forall A > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, x \geq \alpha \Rightarrow f(x) \geq A$$

- Définition de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$:

- Que peut-on dire du signe de f si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L > 0$? :

Limite

- Définition de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$:

$$\forall \epsilon > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, x \geq \alpha \Rightarrow |f(x) - L| \leq \epsilon$$

ou encore

$$\forall \epsilon > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, x \geq \alpha \Rightarrow L - \epsilon \leq f(x) \leq L + \epsilon$$

- Définition de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$:

$$\forall A > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, x \geq \alpha \Rightarrow f(x) \geq A$$

- Définition de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$:

$$\forall A > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, x \geq \alpha \Rightarrow f(x) \leq -A$$

- Que peut-on dire du signe de f si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L > 0$? :

Limite

- Définition de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$:

$$\forall \epsilon > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, x \geq \alpha \Rightarrow |f(x) - L| \leq \epsilon$$

ou encore

$$\forall \epsilon > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, x \geq \alpha \Rightarrow L - \epsilon \leq f(x) \leq L + \epsilon$$

- Définition de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$:

$$\forall A > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, x \geq \alpha \Rightarrow f(x) \geq A$$

- Définition de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$:

$$\forall A > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, x \geq \alpha \Rightarrow f(x) \leq -A$$

- Que peut-on dire du signe de f si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L > 0$? :

f est strictement positive dans $\mathcal{D}_f$ au voisinage de l'infini car pour $\epsilon = L/2$ on a $L - L/2 = L/2 > 0$ et $L + L/2 = 3L/2$ soit :

$$\exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, x \geq \alpha \Rightarrow 0 < L/2 \leq f(x) \leq 3L/2$$

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{f(x)})$ où $f : x \mapsto \frac{1}{x}$.

- ① a n'existe pas.
- ② a vaut $+\infty$.
- ③ a est 0.
- ④ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{f(x)})$ où $f : x \mapsto \frac{1}{x}$.

- ① a n'existe pas. **Faux**
- ② a vaut $+\infty$.
- ③ a est 0.
- ④ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{f(x)})$ où $f : x \mapsto \frac{1}{x}$.

- ① a n'existe pas. **Faux**
- ② a vaut $+\infty$. **Faux**
- ③ a est 0.
- ④ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{f(x)})$ où $f : x \mapsto \frac{1}{x}$.

- ① a n'existe pas. **Faux**
- ② a vaut $+\infty$. **Faux**
- ③ a est 0. **Faux**
- ④ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{f(x)})$ où $f : x \mapsto \frac{1}{x}$.

- ① a n'existe pas. **Faux**
- ② a vaut $+\infty$. **Faux**
- ③ a est 0. **Faux**
- ④ a vaut 1. **Vrai**

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow 0} (x^{f(x)})$ où $f : x \mapsto \frac{1}{x}$.

- ❶ a n'existe pas.
- ❷ a vaut 0.
- ❸ a est $+\infty$.
- ❹ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow 0} (x^{f(x)})$ où $f : x \mapsto \frac{1}{x}$.

- ① a n'existe pas. **Faux**
- ② a vaut 0.
- ③ a est $+\infty$.
- ④ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow 0} (x^{f(x)})$ où $f : x \mapsto \frac{1}{x}$.

- ① a n'existe pas. **Faux**
- ② a vaut 0. **Vrai**
- ③ a est $+\infty$.
- ④ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow 0} (x^{f(x)})$ où $f : x \mapsto \frac{1}{x}$.

- ① a n'existe pas. **Faux**
- ② a vaut 0. **Vrai**
- ③ a est $+\infty$. **Faux**
- ④ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow 0} (x^{f(x)})$ où $f : x \mapsto \frac{1}{x}$.

- ① a n'existe pas. **Faux**
- ② a vaut 0. **Vrai**
- ③ a est $+\infty$. **Faux**
- ④ a vaut 1. **Faux**

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^{f(x)})$ où $f : x \mapsto \frac{1}{x}$.

- ① a n'existe pas.
- ② a vaut 0.
- ③ a est $+\infty$.
- ④ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^{f(x)})$ où $f : x \mapsto \frac{1}{x}$.

- ❶ a n'existe pas. **Vrai**
- ❷ a vaut 0.
- ❸ a est $+\infty$.
- ❹ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^{f(x)})$ où $f : x \mapsto \frac{1}{x}$.

- ① a n'existe pas. **Vrai**
- ② a vaut 0. **Faux**
- ③ a est $+\infty$.
- ④ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^{f(x)})$ où $f : x \mapsto \frac{1}{x}$.

- ① a n'existe pas. **Vrai**
- ② a vaut 0. **Faux**
- ③ a est $+\infty$. **Faux**
- ④ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^{f(x)})$ où $f : x \mapsto \frac{1}{x}$.

- ① a n'existe pas. **Vrai**
- ② a vaut 0. **Faux**
- ③ a est $+\infty$. **Faux**
- ④ a vaut 1. **Faux**

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^{\sqrt{x}})$.

- ❶ a n'existe pas.
- ❷ a vaut 0.
- ❸ a est $+\infty$.
- ❹ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^{\sqrt{x}})$.

- ❶ a n'existe pas. **Faux**
- ❷ a vaut 0.
- ❸ a est $+\infty$.
- ❹ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^{\sqrt{x}})$.

- ① a n'existe pas. **Faux**
- ② a vaut 0. **Faux**
- ③ a est $+\infty$.
- ④ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^{\sqrt{x}})$.

- ① a n'existe pas. **Faux**
- ② a vaut 0. **Faux**
- ③ a est $+\infty$. **Faux**
- ④ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^{\sqrt{x}})$.

- ① a n'existe pas. **Faux**
- ② a vaut 0. **Faux**
- ③ a est $+\infty$. **Faux**
- ④ a vaut 1. **Vrai**

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{\sqrt{x}})$.

- ❶ a n'existe pas.
- ❷ a vaut 0.
- ❸ a est $+\infty$.
- ❹ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{\sqrt{x}})$.

- ❶ a n'existe pas. **Faux**
- ❷ a vaut 0.
- ❸ a est $+\infty$.
- ❹ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{\sqrt{x}})$.

- ❶ a n'existe pas. **Faux**
- ❷ a vaut 0. **Faux**
- ❸ a est $+\infty$.
- ❹ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{\sqrt{x}})$.

- ① a n'existe pas. **Faux**
- ② a vaut 0. **Faux**
- ③ a est $+\infty$. **Vrai**
- ④ a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{\sqrt{x}})$.

- ① a n'existe pas. **Faux**
- ② a vaut 0. **Faux**
- ③ a est $+\infty$. **Vrai**
- ④ a vaut 1. **Faux**

Limite

On appelle A la quantité $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\lfloor x \rfloor (2 + \sin(x)))$.

- ① A est 0.
- ② A n'existe pas.
- ③ A est $x \sin(x)$.
- ④ A est $+\infty$.

Limite

On appelle A la quantité $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\lfloor x \rfloor (2 + \sin(x)))$.

- ❶ A est 0. **Faux**
- ❷ A n'existe pas.
- ❸ A est $x \sin(x)$.
- ❹ A est $+\infty$.

Limite

On appelle A la quantité $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\lfloor x \rfloor (2 + \sin(x)))$.

- ❶ A est 0. **Faux**
- ❷ A n'existe pas.
- ❸ A est $x \sin(x)$.
- ❹ A est $+\infty$.

Noter que $\lfloor x \rfloor \leq f(x) \leq 3\lfloor x \rfloor \dots$

Limite

On appelle A la quantité $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\lfloor x \rfloor (2 + \sin(x)))$.

- ❶ A est 0. **Faux**
- ❷ A n'existe pas.
- ❸ A est $x \sin(x)$.
- ❹ A est $+\infty$.

Noter que $\lfloor x \rfloor \leq f(x) \leq 3\lfloor x \rfloor \dots$

Limite

On appelle A la quantité $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\lfloor x \rfloor (2 + \sin(x)))$.

- ① A est 0. **Faux**
- ② A n'existe pas. **Faux**
- ③ A est $x \sin(x)$. **Faux**
- ④ A est $+\infty$. **Vrai**

Noter que $\lfloor x \rfloor \leq f(x) \leq 3\lfloor x \rfloor \dots$

Limite

On appelle A la quantité $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin^2(x))$.

- ① A est $+\infty$.
- ② A est 0.
- ③ A n'existe pas.
- ④ A est 1.

Limite

On appelle A la quantité $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin^2(x))$.

- ① A est $+\infty$. **Faux**
- ② A est 0.
- ③ A n'existe pas.
- ④ A est 1.

Limite

On appelle A la quantité $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin^2(x))$.

- ① A est $+\infty$. **Faux**
- ② A est 0. **Faux**
- ③ A n'existe pas.
- ④ A est 1.

Limite

On appelle A la quantité $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin^2(x))$.

- ① A est $+\infty$. **Faux**
- ② A est 0. **Faux**
- ③ A n'existe pas. **Vrai**
- ④ A est 1.

Limite

On appelle A la quantité $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin^2(x))$.

- ① A est $+\infty$. **Faux**
- ② A est 0. **Faux**
- ③ A n'existe pas. **Vrai**
- ④ A est 1. **Faux**

Limite

On appelle A la quantité $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \right)$.

- ① A est $+\infty$.
- ② A est 0.
- ③ A n'existe pas.
- ④ A est 1.

Limite

On appelle A la quantité $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \right)$.

- ① A est $+\infty$. **Faux**
- ② A est 0.
- ③ A n'existe pas.
- ④ A est 1.

Limite

On appelle A la quantité $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \right)$.

- ① A est $+\infty$. **Faux**
- ② A est 0. **Faux**
- ③ A n'existe pas.
- ④ A est 1.

Se souvenir que $x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x$

Limite

On appelle A la quantité $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \right)$.

- ① A est $+\infty$. **Faux**
- ② A est 0. **Faux**
- ③ A n'existe pas. **Faux**
- ④ A est 1.

Se souvenir que $x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x$

Limite

On appelle A la quantité $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \right)$.

- ① A est $+\infty$. **Faux**
- ② A est 0. **Faux**
- ③ A n'existe pas. **Faux**
- ④ A est 1. **Vrai**

Se souvenir que $x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x$

continuité

- Définition de la continuité de f en x_0 ?
- Exemples de fonction prolongeable par continuité en 0 :
- Que dire de l'image d'un segment par une fonction continue ?
- Condition nécessaire et suffisante pour que f soit une bijection de l'intervalle I sur l'intervalle J :
;
- Que peut-on dire de f^{-1} dans ce cas ?

continuité

- Définition de la continuité de f en x_0 ? $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
- Exemples de fonction prolongeable par continuité en 0 :
- Que dire de l'image d'un segment par une fonction continue ?
- Condition nécessaire et suffisante pour que f soit une bijection de l'intervalle I sur l'intervalle J :
;
- Que peut-on dire de f^{-1} dans ce cas ?

continuité

- Définition de la continuité de f en x_0 ? $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
- Exemples de fonction prolongeable par continuité en 0 :

$$\frac{\sin x}{x}; \frac{\tan x}{x}; \frac{e^x - 1}{x}; \frac{\ln(1+x)}{x}; \frac{\ln(1+x) - x}{x^2}$$
- Que dire de l'image d'un segment par une fonction continue ?
- Condition nécessaire et suffisante pour que f soit une bijection de l'intervalle I sur l'intervalle J :

$$;$$
- Que peut-on dire de f^{-1} dans ce cas ?

continuité

- Définition de la continuité de f en x_0 ? $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
- Exemples de fonction prolongeable par continuité en 0 :

$$\frac{\sin x}{x}; \frac{\tan x}{x}; \frac{e^x - 1}{x}; \frac{\ln(1+x)}{x}; \frac{\ln(1+x) - x}{x^2}$$
- Que dire de l'image d'un segment par une fonction continue ?
 L'image d'un segment $[a, b]$ par une fonction continue est un segment $[m, M]$ et $\exists (x_0, x_1) \in [a, b]^2 / f(x_0) = m$ et $f(x_1) = M$
- Condition nécessaire et suffisante pour que f soit une bijection de l'intervalle I sur l'intervalle J :

$$;$$
- Que peut-on dire de f^{-1} dans ce cas ?

continuité

- Définition de la continuité de f en x_0 ? $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
- Exemples de fonction prolongeable par continuité en 0 :

$$\frac{\sin x}{x}; \frac{\tan x}{x}; \frac{e^x - 1}{x}; \frac{\ln(1+x)}{x}; \frac{\ln(1+x) - x}{x^2}$$
- Que dire de l'image d'un segment par une fonction continue ?
 L'image d'un segment $[a, b]$ par une fonction continue est un segment $[m, M]$ et $\exists (x_0, x_1) \in [a, b]^2 / f(x_0) = m$ et $f(x_1) = M$
- Condition nécessaire et suffisante pour que f soit une bijection de l'intervalle I sur l'intervalle J : **f est continue, strictement monotone et $f(I) = J$** ;
- Que peut-on dire de f^{-1} dans ce cas ?

continuité

- Définition de la continuité de f en x_0 ? $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
- Exemples de fonction prolongeable par continuité en 0 :

$$\frac{\sin x}{x}; \frac{\tan x}{x}; \frac{e^x - 1}{x}; \frac{\ln(1+x)}{x}; \frac{\ln(1+x) - x}{x^2}$$
- Que dire de l'image d'un segment par une fonction continue ?
 L'image d'un segment $[a, b]$ par une fonction continue est un segment $[m, M]$ et $\exists (x_0, x_1) \in [a, b]^2 / f(x_0) = m$ et $f(x_1) = M$
- Condition nécessaire et suffisante pour que f soit une bijection de l'intervalle I sur l'intervalle J : **f est continue, strictement monotone et $f(I) = J$;**
- Que peut-on dire de f^{-1} dans ce cas ? **f^{-1} est une bijection de J sur I et de même monotonie que f**

continuité

$\arcsin$ est la réciproque de $\sin$ restreinte à $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. On pose $g = \arcsin$.

- ① g n'existe pas forcément.
- ② g est croissante.
- ③ g est décroissante.
- ④ g est paire.

continuité

$\arcsin$ est la réciproque de $\sin$ restreinte à $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. On pose $g = \arcsin$.

- ① g n'existe pas forcément.
- ② g est croissante.
- ③ g est décroissante. **Faux**
- ④ g est paire.

continuité

$\arcsin$ est la réciproque de $\sin$ restreinte à $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. On pose $g = \arcsin$.

- ① g n'existe pas forcément. **Faux**
- ② g est croissante.
- ③ g est décroissante. **Faux**
- ④ g est paire.

continuité

$\arcsin$ est la réciproque de $\sin$ restreinte à $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. On pose $g = \arcsin$.

- ① g n'existe pas forcément. **Faux**
- ② g est croissante.
- ③ g est décroissante. **Faux**
- ④ g est paire. **Faux**

continuité

$\arcsin$ est la réciproque de $\sin$ restreinte à $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. On pose $g = \arcsin$.

- ① g n'existe pas forcément. **Faux**
- ② g est croissante. **Vrai**
- ③ g est décroissante. **Faux**
- ④ g est paire. **Faux**

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x > 10 \\ 0 & \text{si } x = 10. \\ 1 & \text{si } x < 10 \end{cases}$

- ❶ g est prolongeable par continuité en 10.
- ❷ $\lim_{x \rightarrow 10} (g(x))$ vaut 0.
- ❸ $\lim_{x \rightarrow 10^-} (g(x))$ vaut 1.
- ❹ g est continue en 10.

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x > 10 \\ 0 & \text{si } x = 10. \\ 1 & \text{si } x < 10 \end{cases}$

- ❶ g est prolongeable par continuité en 10. **Faux**
- ❷ $\lim_{x \rightarrow 10} (g(x))$ vaut 0.
- ❸ $\lim_{x \rightarrow 10^-} (g(x))$ vaut 1.
- ❹ g est continue en 10.

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x > 10 \\ 0 & \text{si } x = 10. \\ 1 & \text{si } x < 10 \end{cases}$

- ❶ g est prolongeable par continuité en 10. **Faux**
- ❷ $\lim_{x \rightarrow 10} (g(x))$ vaut 0. **Faux**
- ❸ $\lim_{x \rightarrow 10^-} (g(x))$ vaut 1.
- ❹ g est continue en 10.

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x > 10 \\ 0 & \text{si } x = 10 \\ 1 & \text{si } x < 10 \end{cases}$.

- ❶ g est prolongeable par continuité en 10. **Faux**
- ❷ $\lim_{x \rightarrow 10} (g(x))$ vaut 0. **Faux**
- ❸ $\lim_{x \rightarrow 10^-} (g(x))$ vaut 1. **True**
- ❹ g est continue en 10. **Faux**

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x > 10 \\ 1 & \text{si } x < 10 \end{cases}$.

- ❶ $\lim_{x \rightarrow 10^-} (g(x))$ n'est pas définie.
- ❷ g est prolongeable par continuité en 10.
- ❸ $\lim_{x \rightarrow 10} (g(x))$ vaut 0.
- ❹ g est continue en 10.

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x > 10 \\ 1 & \text{si } x < 10 \end{cases}$.

- ❶ $\lim_{x \rightarrow 10^-} (g(x))$ n'est pas définie. **Faux**
- ❷ g est prolongeable par continuité en 10.
- ❸ $\lim_{x \rightarrow 10} (g(x))$ vaut 0.
- ❹ g est continue en 10.

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x > 10 \\ 1 & \text{si } x < 10 \end{cases}$.

- ❶ $\lim_{x \rightarrow 10^-} (g(x))$ n'est pas définie. **Faux**
- ❷ g est prolongeable par continuité en 10.
- ❸ $\lim_{x \rightarrow 10} (g(x))$ vaut 0.
- ❹ g est continue en 10. **Faux**

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x > 10 \\ 1 & \text{si } x < 10 \end{cases}$.

- ❶ $\lim_{x \rightarrow 10^-} (g(x))$ n'est pas définie. **Faux**
- ❷ g est prolongeable par continuité en 10.
- ❸ $\lim_{x \rightarrow 10} (g(x))$ vaut 0. **Faux**
- ❹ g est continue en 10. **Faux**

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x > 10 \\ 1 & \text{si } x < 10 \end{cases}$.

- ① $\lim_{x \rightarrow 10^-} (g(x))$ n'est pas définie. **Faux**
- ② g est prolongeable par continuité en 10. **Vrai**
- ③ $\lim_{x \rightarrow 10} (g(x))$ vaut 0. **Faux**
- ④ g est continue en 10. **Faux**

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 2 & \text{si } x > 10 \\ 1 & \text{si } x < 10 \end{cases}$.

- ❶ g est prolongeable par continuité en 10.
- ❷ $\lim_{x \rightarrow 10} (g(x))$ vaut 0.
- ❸ $\lim_{x \rightarrow 10^-} (g(x))$ vaut 1.
- ❹ g est continue en 10.

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 2 & \text{si } x > 10 \\ 1 & \text{si } x < 10 \end{cases}$.

- ❶ g est prolongeable par continuité en 10.
- ❷ $\lim_{x \rightarrow 10} (g(x))$ vaut 0.
- ❸ $\lim_{x \rightarrow 10^-} (g(x))$ vaut 1.
- ❹ g est continue en 10.

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 2 & \text{si } x > 10 \\ 1 & \text{si } x < 10 \end{cases}$.

- ❶ g est prolongeable par continuité en 10. **Faux**
- ❷ $\lim_{x \rightarrow 10} (g(x))$ vaut 0. **Faux**
- ❸ $\lim_{x \rightarrow 10^-} (g(x))$ vaut 1.
- ❹ g est continue en 10.

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 2 & \text{si } x > 10 \\ 1 & \text{si } x < 10 \end{cases}$.

- ❶ g est prolongeable par continuité en 10. **Faux**
- ❷ $\lim_{x \rightarrow 10} (g(x))$ vaut 0. **Faux**
- ❸ $\lim_{x \rightarrow 10^-} (g(x))$ vaut 1.
- ❹ g est continue en 10. **Faux**

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 2 & \text{si } x > 10 \\ 1 & \text{si } x < 10 \end{cases}$.

- ❶ g est prolongeable par continuité en 10. **Faux**
- ❷ $\lim_{x \rightarrow 10} (g(x))$ vaut 0. **Faux**
- ❸ $\lim_{x \rightarrow 10^-} (g(x))$ vaut 1. **Vrai**
- ❹ g est continue en 10. **Faux**

continuité

Un algorithme classique pour trouver un zéro d'une fonction s'appelle :

- 1 l'algorithme d'Euler.
- 2 l'algorithme de Fermat.
- 3 l'algorithme de dichotomie.
- 4 l'algorithme de trisection.

continuité

Un algorithme classique pour trouver un zéro d'une fonction s'appelle :

- ① l'algorithme d'Euler. **Faux**
- ② l'algorithme de Fermat.
- ③ l'algorithme de dichotomie.
- ④ l'algorithme de trisection.

continuité

Un algorithme classique pour trouver un zéro d'une fonction s'appelle :

- ① l'algorithme d'Euler. **Faux**
- ② l'algorithme de Fermat. **Faux**
- ③ l'algorithme de dichotomie.
- ④ l'algorithme de trisection.

continuité

Un algorithme classique pour trouver un zéro d'une fonction s'appelle :

- ① l'algorithme d'Euler. **Faux**
- ② l'algorithme de Fermat. **Faux**
- ③ l'algorithme de dichotomie.
- ④ l'algorithme de trisection. **Faux**

continuité

Un algorithme classique pour trouver un zéro d'une fonction s'appelle :

- ① l'algorithme d'Euler. **Faux**
- ② l'algorithme de Fermat. **Faux**
- ③ l'algorithme de dichotomie. **Vrai**
- ④ l'algorithme de trisection. **Faux**

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$ à 0,01 près, on va :

- 1 faire une boucle for.
- 2 écrire while $(b - a) > 0,01$.
- 3 écrire while $(f(b) - f(a)) < 0,01$.
- 4 écrire while $(f(b) - f(a)) > 0,01$.

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$ à 0,01 près, on va :

- 1 faire une boucle for.
- 2 écrire while $(b - a) > 0,01$.
- 3 écrire while $(f(b) - f(a)) < 0,01$. **Faux**
- 4 écrire while $(f(b) - f(a)) > 0,01$.

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$ à 0,01 près, on va :

- 1 faire une boucle for.
- 2 écrire while $(b - a) > 0,01$.
- 3 écrire while $(f(b) - f(a)) < 0,01$. **Faux**
- 4 écrire while $(f(b) - f(a)) > 0,01$. **Faux**

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$ à 0,01 près, on va :

- 1 faire une boucle for. **Faux**
- 2 écrire while $(b - a) > 0,01$.
- 3 écrire while $(f(b) - f(a)) < 0,01$. **Faux**
- 4 écrire while $(f(b) - f(a)) > 0,01$. **Faux**

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$ à $0,01$ près, on va :

- ❶ faire une boucle for. **Faux**
- ❷ écrire while $(b - a) > 0,01$. **Vrai**
- ❸ écrire while $(f(b) - f(a)) < 0,01$. **Faux**
- ❹ écrire while $(f(b) - f(a)) > 0,01$. **Faux**

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$, après avoir calculé $\frac{a+b}{2}$ (que l'on appelle c), si on constate que $f(a) \times f(c) \leq 0$, on va :

- ① poser $a = c$.
- ② poser $b = a$.
- ③ poser $b = c$.
- ④ poser $c = a$.

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$, après avoir calculé $\frac{a+b}{2}$ (que l'on appelle c), si on constate que $f(a) \times f(c) \leq 0$, on va :

- ❶ poser $a = c$.
- ❷ poser $b = a$. **Faux**
- ❸ poser $b = c$.
- ❹ poser $c = a$.

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$, après avoir calculé $\frac{a+b}{2}$ (que l'on appelle c), si on constate que $f(a) \times f(c) \leq 0$, on va :

- ❶ poser $a = c$. **Faux**
- ❷ poser $b = a$. **Faux**
- ❸ poser $b = c$.
- ❹ poser $c = a$.

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$, après avoir calculé $\frac{a+b}{2}$ (que l'on appelle c), si on constate que $f(a) \times f(c) \leq 0$, on va :

- ❶ poser $a = c$. **Faux**
- ❷ poser $b = a$. **Faux**
- ❸ poser $b = c$.
- ❹ poser $c = a$. **Faux**

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$, après avoir calculé $\frac{a+b}{2}$ (que l'on appelle c), si on constate que $f(a) \times f(c) \leq 0$, on va :

- ❶ poser $a = c$. **Faux**
- ❷ poser $b = a$. **Faux**
- ❸ poser $b = c$. **True**
- ❹ poser $c = a$. **Faux**

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \sqrt{x}$. Quelle réponse est correcte ?

- ❶ f est continue et dérivable sur $\mathbb{R}_+$.
- ❷ f est continue et dérivable uniquement sur $\mathbb{R}_+^*$.
- ❸ f est continue sur $\mathbb{R}_+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$.
- ❹ f est continue sur $\mathbb{R}_+^*$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+$.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \sqrt{x}$. Quelle réponse est correcte ?

- ❶ f est continue et dérivable sur $\mathbb{R}_+$. **Faux**
- ❷ f est continue et dérivable uniquement sur $\mathbb{R}_+^*$.
- ❸ f est continue sur $\mathbb{R}_+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$.
- ❹ f est continue sur $\mathbb{R}_+^*$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+$.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \sqrt{x}$. Quelle réponse est correcte ?

- ❶ f est continue et dérivable sur $\mathbb{R}_+$. **Faux**
- ❷ f est continue et dérivable uniquement sur $\mathbb{R}_+^*$. **Faux**
- ❸ f est continue sur $\mathbb{R}_+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$.
- ❹ f est continue sur $\mathbb{R}_+^*$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+$.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \sqrt{x}$. Quelle réponse est correcte ?

- ❶ f est continue et dérivable sur $\mathbb{R}_+$. **Faux**
- ❷ f est continue et dérivable uniquement sur $\mathbb{R}_+^*$. **Faux**
- ❸ f est continue sur $\mathbb{R}_+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$.
- ❹ f est continue sur $\mathbb{R}_+^*$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+$. **Faux**

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \sqrt{x}$. Quelle réponse est correcte ?

- ❶ f est continue et dérivable sur $\mathbb{R}_+$. **Faux**
- ❷ f est continue et dérivable uniquement sur $\mathbb{R}_+^*$. **Faux**
- ❸ f est continue sur $\mathbb{R}_+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$. **Vrai**
- ❹ f est continue sur $\mathbb{R}_+^*$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+$. **Faux**

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$. Quelle réponse est correcte ?

- ① f est continue en 0.
- ② f est prolongeable par continuité en 0.
- ③ f est dérivable en 0.
- ④ f n'admet pas de limite en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$. Quelle réponse est correcte ?

- ① f est continue en 0. **Faux**
- ② f est prolongeable par continuité en 0.
- ③ f est dérivable en 0.
- ④ f n'admet pas de limite en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$. Quelle réponse est correcte ?

- ❶ f est continue en 0. **Faux**
- ❷ f est prolongeable par continuité en 0. **Faux**
- ❸ f est dérivable en 0.
- ❹ f n'admet pas de limite en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$. Quelle réponse est correcte ?

- ① f est continue en 0. **Faux**
- ② f est prolongeable par continuité en 0. **Faux**
- ③ f est dérivable en 0. **Faux**
- ④ f n'admet pas de limite en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$. Quelle réponse est correcte ?

- ① f est continue en 0. **Faux**
- ② f est prolongeable par continuité en 0. **Faux**
- ③ f est dérivable en 0. **Faux**
- ④ f n'admet pas de limite en 0. **Vrai**

continuité - dérivabilité

$$\text{Soit } h : x \mapsto \begin{cases} \frac{\sin(x^2)}{x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}.$$

- ❶ h est continue en 0.
- ❷ h est dérivable en 0.
- ❸ h est prolongeable par continuité en 0.
- ❹ h n'est pas continue en 0.

continuité - dérivabilité

$$\text{Soit } h : x \mapsto \begin{cases} \frac{\sin(x^2)}{x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}.$$

- ❶ h est continue en 0.
- ❷ h est dérivable en 0. **Vrai**
- ❸ h est prolongeable par continuité en 0.
- ❹ h n'est pas continue en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $h : x \mapsto \begin{cases} \frac{\sin(x^2)}{x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}.$

- ❶ h est continue en 0.
- ❷ h est dérivable en 0. **Vrai**
- ❸ h est prolongeable par continuité en 0. **Faux**
- ❹ h n'est pas continue en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $h : x \mapsto \begin{cases} \frac{\sin(x^2)}{x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}.$

- ❶ h est continue en 0.
- ❷ h est dérivable en 0. **Vrai**
- ❸ h est prolongeable par continuité en 0. **Faux**
- ❹ h n'est pas continue en 0. **Faux**

continuité - dérivabilité

Soit $h : x \mapsto \begin{cases} \frac{\sin(x^2)}{x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}.$

- ① h est continue en 0. **Vrai**
- ② h est dérivable en 0. **Vrai**
- ③ h est prolongeable par continuité en 0. **Faux**
- ④ h n'est pas continue en 0. **Faux**

continuité - dérivabilité

Soit $h : x \mapsto \begin{cases} \frac{\ln(x^2)}{x-1} & \text{si } x > 1 \\ 0 & \text{si } x < 1 \end{cases}.$

- ❶ h est continue en 1.
- ❷ h est dérivable en 1.
- ❸ h est prolongeable par continuité en 1.
- ❹ h n'est pas continue en 1.

continuité - dérivabilité

Soit $h : x \mapsto \begin{cases} \frac{\ln(x^2)}{x-1} & \text{si } x > 1 \\ 0 & \text{si } x < 1 \end{cases}.$

- ❶ h est continue en 1. **Faux**
- ❷ h est dérivable en 1.
- ❸ h est prolongeable par continuité en 1.
- ❹ h n'est pas continue en 1.

continuité - dérivabilité

Soit $h : x \mapsto \begin{cases} \frac{\ln(x^2)}{x-1} & \text{si } x > 1 \\ 0 & \text{si } x < 1 \end{cases}.$

- ❶ h est continue en 1. **Faux**
- ❷ h est dérivable en 1. **Faux**
- ❸ h est prolongeable par continuité en 1.
- ❹ h n'est pas continue en 1.

continuité - dérivabilité

Soit $h : x \mapsto \begin{cases} \frac{\ln(x^2)}{x-1} & \text{si } x > 1 \\ 0 & \text{si } x < 1 \end{cases}.$

- ❶ h est continue en 1. **Faux**
- ❷ h est dérivable en 1. **Faux**
- ❸ h est prolongeable par continuité en 1. **Faux**
- ❹ h n'est pas continue en 1.

continuité - dérivabilité

Soit $h : x \mapsto \begin{cases} \frac{\ln(x^2)}{x-1} & \text{si } x > 1 \\ 0 & \text{si } x < 1 \end{cases}.$

- ❶ h est continue en 1. **Faux**
- ❷ h est dérivable en 1. **Faux**
- ❸ h est prolongeable par continuité en 1. **Faux**
- ❹ h n'est pas continue en 1. **Vrai**

(Pensez à utiliser l'équivalent de $\ln(v)$ au voisinage de 1...)

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto x^2 \times \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$.

- ❶ f est définie en 0.
- ❷ f est continue en 0.
- ❸ f est prolongeable par continuité en 0.
- ❹ f est dérivable en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto x^2 \times \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$.

- ❶ f est définie en 0. **Faux**
- ❷ f est continue en 0.
- ❸ f est prolongeable par continuité en 0.
- ❹ f est dérivable en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto x^2 \times \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$.

- ❶ f est définie en 0. **Faux**
- ❷ f est continue en 0. **Faux**
- ❸ f est prolongeable par continuité en 0.
- ❹ f est dérivable en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto x^2 \times \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$.

- ❶ f est définie en 0. **Faux**
- ❷ f est continue en 0. **Faux**
- ❸ f est prolongeable par continuité en 0. **Vrai**
- ❹ f est dérivable en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto x^2 \times \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$.

- ❶ f est définie en 0. **Faux**
- ❷ f est continue en 0. **Faux**
- ❸ f est prolongeable par continuité en 0. **Vrai**
- ❹ f est dérivable en 0. **Faux**

dérivabilité

On appelle L la limite de $x \mapsto \frac{\cos(x) - \cos(1)}{x - 1}$ en 1.

- ① $L = -\sin(1)$.
- ② $L = 0$.
- ③ L n'existe pas.
- ④ $L = \sin(1)$.

dérivabilité

On appelle L la limite de $x \mapsto \frac{\cos(x) - \cos(1)}{x - 1}$ en 1.

- ① $L = -\sin(1)$.
- ② $L = 0$.
- ③ L n'existe pas. **Faux**
- ④ $L = \sin(1)$.

dérivabilité

On appelle L la limite de $x \mapsto \frac{\cos(x) - \cos(1)}{x - 1}$ en 1.

- ① $L = -\sin(1)$.
- ② $L = 0$. **Faux**
- ③ L n'existe pas. **Faux**
- ④ $L = \sin(1)$.

dérivabilité

On appelle L la limite de $x \mapsto \frac{\cos(x) - \cos(1)}{x - 1}$ en 1.

- ① $L = -\sin(1)$.
- ② $L = 0$. **Faux**
- ③ L n'existe pas. **Faux**
- ④ $L = \sin(1)$. **Faux**

dérivabilité

On appelle L la limite de $x \mapsto \frac{\cos(x) - \cos(1)}{x - 1}$ en 1.

- ① $L = -\sin(1)$. **Vrai**
- ② $L = 0$. **Faux**
- ③ L n'existe pas. **Faux**
- ④ $L = \sin(1)$. **Faux**

dérivabilité

Soient f une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ et a un réel.

- ① Si f est continue en a alors f est dérivable en a .
- ② Si f est définie en a alors f est dérivable en a .
- ③ Si f est dérivable en a alors f est continue en a .
- ④ Si f est continue en a alors f n'est pas dérivable en a .

dérivabilité

Soient f une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ et a un réel.

- ① Si f est continue en a alors f est dérivable en a . **Faux**
- ② Si f est définie en a alors f est dérivable en a .
- ③ Si f est dérivable en a alors f est continue en a .
- ④ Si f est continue en a alors f n'est pas dérivable en a .

dérivabilité

Soient f une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ et a un réel.

- ① Si f est continue en a alors f est dérivable en a . **Faux**
- ② Si f est définie en a alors f est dérivable en a . **Faux**
- ③ Si f est dérivable en a alors f est continue en a .
- ④ Si f est continue en a alors f n'est pas dérivable en a .

dérivabilité

Soient f une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ et a un réel.

- ① Si f est continue en a alors f est dérivable en a . **Faux**
- ② Si f est définie en a alors f est dérivable en a . **Faux**
- ③ Si f est dérivable en a alors f est continue en a . **Vrai**
- ④ Si f est continue en a alors f n'est pas dérivable en a .

dérivabilité

Soient f une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ et a un réel.

- ① Si f est continue en a alors f est dérivable en a . **Faux**
- ② Si f est définie en a alors f est dérivable en a . **Faux**
- ③ Si f est dérivable en a alors f est continue en a . **Vrai**
- ④ Si f est continue en a alors f n'est pas dérivable en a . **Faux**

dérivabilité

- On suppose f dérivable sur $\mathbb{R}$. Que vaut $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(-x) - f(0)}{x}$?
- Comment obtient-on la dérivée de f^{-1} ?

dérivabilité

- On suppose f dérivable sur $\mathbb{R}$. Que vaut $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(-x) - f(0)}{x}$?

On pose $g(x) = f(-x)$.

Alors g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $g'(x) = -f'(-x)$. D'où :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(-x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x} = g'(0) = -f'(0)$$

- Comment obtient-on la dérivée de f^{-1} ?

dérivabilité

- On suppose f dérivable sur $\mathbb{R}$. Que vaut $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(-x) - f(0)}{x}$?

On pose $g(x) = f(-x)$.

Alors g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $g'(x) = -f'(-x)$. D'où :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(-x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x} = g'(0) = -f'(0)$$

- Comment obtient-on la dérivée de f^{-1} ? Si f est dérivable sur un intervalle I et si $\forall x \in I, f'(x) \neq 0$, alors f^{-1} est dérivable sur l'intervalle $J = f(I)$ et on a

$$(f^{-1})' = \frac{1}{f' \circ f^{-1}}$$

dérivabilité

Soit f , fonction dérivable et strict. monotone de $\mathbb{R}$ sur $[-1, 6]$.

- ❶ f^{-1} est dérivable sur $[-1, 6]$.
- ❷ Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dér. en 3 et $(f^{-1})'(3) = -\frac{1}{f'(3)}$.
- ❸ Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dérivable en $f(3)$ et $(f^{-1})'(f(3)) = \frac{1}{f'(3)}$.
- ❹ Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dérivable en $f(3)$ et $(f^{-1})'(f(3)) = \frac{1}{f'(f(3))}$.

dérivabilité

Soit f , fonction dérivable et strict. monotone de $\mathbb{R}$ sur $[-1, 6]$.

❶ f^{-1} est dérivable sur $[-1, 6]$. **Faux**

❷ Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dér. en 3 et $(f^{-1})'(3) = -\frac{1}{f'(3)}$.

❸ Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dérivable en $f(3)$ et
 $(f^{-1})'(f(3)) = \frac{1}{f'(3)}$.

❹ Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dérivable en $f(3)$ et
 $(f^{-1})'(f(3)) = \frac{1}{f'(f(3))}$.

dérivabilité

Soit f , fonction dérivable et strict. monotone de $\mathbb{R}$ sur $[-1, 6]$.

- ❶ f^{-1} est dérivable sur $[-1, 6]$. **Faux**
- ❷ Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dér. en 3 et $(f^{-1})'(3) = -\frac{1}{f'(3)}$. **Faux**
- ❸ Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dérivable en $f(3)$ et
$$(f^{-1})'(f(3)) = \frac{1}{f'(3)}.$$
- ❹ Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dérivable en $f(3)$ et
$$(f^{-1})'(f(3)) = \frac{1}{f'(f(3))}.$$

dérivabilité

Soit f , fonction dérivable et strict. monotone de $\mathbb{R}$ sur $[-1, 6]$.

- ① f^{-1} est dérivable sur $[-1, 6]$. **Faux**
- ② Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dér. en 3 et $(f^{-1})'(3) = -\frac{1}{f'(3)}$. **Faux**
- ③ Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dérivable en $f(3)$ et $(f^{-1})'(f(3)) = \frac{1}{f'(3)}$. **Vrai**
- ④ Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dérivable en $f(3)$ et $(f^{-1})'(f(3)) = \frac{1}{f'(f(3))}$. **Faux**

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

Sous réserve d'existence, $(g \circ f)'$ est :

① $\frac{f'g - g'f}{g^2}.$

② $g' \circ f.$

③ $(g' \circ f) \times f'.$

④ $(g' \circ f) \times g'.$

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

Sous réserve d'existence, $(g \circ f)'$ est :

① $\frac{f'g - g'f}{g^2}$. **Faux**

② $g' \circ f$.

③ $(g' \circ f) \times f'$.

④ $(g' \circ f) \times g'$.

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

Sous réserve d'existence, $(g \circ f)'$ est :

① $\frac{f'g - g'f}{g^2}$. **Faux**

② $g' \circ f$. **Faux**

③ $(g' \circ f) \times f'$.

④ $(g' \circ f) \times g'$.

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

Sous réserve d'existence, $(g \circ f)'$ est :

- ① $\frac{f'g - g'f}{g^2}$. **Faux**
- ② $g' \circ f$. **Faux**
- ③ $(g' \circ f) \times f'$. **Vrai**
- ④ $(g' \circ f) \times g'$.

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

Sous réserve d'existence, $(g \circ f)'$ est :

- ① $\frac{f'g - g'f}{g^2}$. **Faux**
- ② $g' \circ f$. **Faux**
- ③ $(g' \circ f) \times f'$. **Vrai**
- ④ $(g' \circ f) \times g'$. **Faux**

dérivabilité

Si f est $\cos$ et g est $x \mapsto x^2$ alors :

- ① $f \circ g$ est $x \mapsto (\cos(x))^2$.
- ② $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x^2)$.
- ③ $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x)x^2$.
- ④ $f \circ g$ est $x \mapsto 2 \cos(x)$.

dérivabilité

Si f est $\cos$ et g est $x \mapsto x^2$ alors :

- ① $f \circ g$ est $x \mapsto (\cos(x))^2$.
- ② $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x^2)$.
- ③ $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x)x^2$.
- ④ $f \circ g$ est $x \mapsto 2 \cos(x)$. **Faux**

dérivabilité

Si f est $\cos$ et g est $x \mapsto x^2$ alors :

- ① $f \circ g$ est $x \mapsto (\cos(x))^2$. **Faux**
- ② $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x^2)$.
- ③ $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x)x^2$.
- ④ $f \circ g$ est $x \mapsto 2 \cos(x)$. **Faux**

dérivabilité

Si f est $\cos$ et g est $x \mapsto x^2$ alors :

- ① $f \circ g$ est $x \mapsto (\cos(x))^2$. **Faux**
- ② $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x^2)$.
- ③ $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x)x^2$. **Faux**
- ④ $f \circ g$ est $x \mapsto 2 \cos(x)$. **Faux**

dérivabilité

Si f est $\cos$ et g est $x \mapsto x^2$ alors :

- ① $f \circ g$ est $x \mapsto (\cos(x))^2$. **Faux**
- ② $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x^2)$. **Vrai**
- ③ $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x)x^2$. **Faux**
- ④ $f \circ g$ est $x \mapsto 2 \cos(x)$. **Faux**

dérivabilité

Si f est $\cos$ et g est $x \mapsto x^2$ alors :

① $f \circ g$ est $x \mapsto (\cos(x))^2$. **Faux**

② $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x^2)$. **Vrai**

③ $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x)x^2$. **Faux**

④ $f \circ g$ est $x \mapsto 2 \cos(x)$. **Faux**

Et $(f \circ g)'(x) = \dots$

dérivabilité

Si f est $\cos$ et g est $x \mapsto x^2$ alors :

① $f \circ g$ est $x \mapsto (\cos(x))^2$. **Faux**

② $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x^2)$. **Vrai**

③ $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x)x^2$. **Faux**

④ $f \circ g$ est $x \mapsto 2 \cos(x)$. **Faux**

Et $(f \circ g)'(x) = -2x \sin(x^2)$

dérivabilité

La dérivée de $x \mapsto \ln(|x|)$ est :

① $x \mapsto \frac{1}{x}.$

② $x \mapsto -\frac{1}{x}.$

③ $x \mapsto \frac{1}{|x|}.$

④ $x \mapsto -\frac{1}{x^2}.$

dérivabilité

La dérivée de $x \mapsto \ln(|x|)$ est :

- ① $x \mapsto \frac{1}{x}$. **Vrai**
- ② $x \mapsto -\frac{1}{x}$. **Faux**
- ③ $x \mapsto \frac{1}{|x|}$. **Faux**
- ④ $x \mapsto -\frac{1}{x^2}$. **Faux**

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$.

- ❶ f est définie sur $\mathbb{R}^+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_*^+$.
- ❷ f est définie et dérivable sur $] -\infty, -1[\cup [1, +\infty[$.
- ❸ f est dérivable sur $] -1, 1[$.
- ❹ f est définie sur $] -\infty, -1[\cup [1, +\infty[$ et dérivable sur $] -\infty, -1[\cup]1, +\infty[$.

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$.

- ❶ f est définie sur $\mathbb{R}^+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_*^+$. **Faux**
- ❷ f est définie et dérivable sur $] -\infty, -1[\cup [1, +\infty[$.
- ❸ f est dérivable sur $] -1, 1[$.
- ❹ f est définie sur $] -\infty, -1[\cup [1, +\infty[$ et dérivable sur $] -\infty, -1[\cup] 1, +\infty[$.

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$.

- ❶ f est définie sur $\mathbb{R}^+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_*^+$. **Faux**
- ❷ f est définie et dérivable sur $] -\infty, -1[\cup [1, +\infty[$. **Faux**
- ❸ f est dérivable sur $] -1, 1[$.
- ❹ f est définie sur $] -\infty, -1[\cup [1, +\infty[$ et dérivable sur $] -\infty, -1[\cup] 1, +\infty[$.

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$.

- ❶ f est définie sur $\mathbb{R}^+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_*^+$. **Faux**
- ❷ f est définie et dérivable sur $] -\infty, -1[\cup [1, +\infty[$. **Faux**
- ❸ f est dérivable sur $] -1, 1[$. **Faux**
- ❹ f est définie sur $] -\infty, -1[\cup [1, +\infty[$ et dérivable sur $] -\infty, -1[\cup]1, +\infty[$.

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$.

- ❶ f est définie sur $\mathbb{R}^+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_*^+$. **Faux**
- ❷ f est définie et dérivable sur $] -\infty, -1[\cup [1, +\infty[$. **Faux**
- ❸ f est dérivable sur $] -1, 1[$. **Faux**
- ❹ f est définie sur $] -\infty, -1[\cup [1, +\infty[$ et dérivable sur $] -\infty, -1[\cup]1, +\infty[$. **Vrai**

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \ln(|x^2 - 5x + 6|)$.

- ① f est définie sur $\mathbb{R}_*^+$.
- ② f est définie sur $] -\infty, 2[\cup] 3, +\infty[$.
- ③ f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$.
- ④ $f' : x \mapsto \left| \frac{2x - 5}{x^2 - 5x + 6} \right|$.

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \ln(|x^2 - 5x + 6|)$.

- ① f est définie sur $\mathbb{R}_*^+$. **Faux**
- ② f est définie sur $] -\infty, 2[\cup]3, +\infty[$.
- ③ f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$.
- ④ $f' : x \mapsto \left| \frac{2x - 5}{x^2 - 5x + 6} \right|$.

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \ln(|x^2 - 5x + 6|)$.

- ① f est définie sur $\mathbb{R}_*^+$. **Faux**
- ② f est définie sur $] -\infty, 2[\cup]3, +\infty[$. **Faux**
- ③ f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$.
- ④ $f' : x \mapsto \left| \frac{2x - 5}{x^2 - 5x + 6} \right|$.

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \ln(|x^2 - 5x + 6|)$.

- ① f est définie sur $\mathbb{R}_*^+$. **Faux**
- ② f est définie sur $] -\infty, 2[\cup]3, +\infty[$. **Faux**
- ③ f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$. **Vrai**
- ④ $f' : x \mapsto \left| \frac{2x - 5}{x^2 - 5x + 6} \right|$.

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \ln(|x^2 - 5x + 6|)$.

- ① f est définie sur $\mathbb{R}_*^+$. **Faux**
- ② f est définie sur $] -\infty, 2[\cup]3, +\infty[$. **Faux**
- ③ f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$. **Vrai**
- ④ $f' : x \mapsto \left| \frac{2x - 5}{x^2 - 5x + 6} \right|$. **Faux**

dérivabilité

- Qu'est-ce qu'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ sur un intervalle I ?
- Une fonction f dérivable sur I est-elle de classe $\mathcal{C}^1$ sur I ?
- Savoir citer les théorèmes au programme :

dérivabilité

- Qu'est-ce qu'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ sur un intervalle I ? Une fonction n fois dérivable sur I de dérivée n -ième continue sur I
- Une fonction f dérivable sur I est-elle de classe $\mathcal{C}^1$ sur I ?
- Savoir citer les théorèmes au programme :

dérivabilité

- Qu'est-ce qu'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ sur un intervalle I ? Une fonction n fois dérivable sur I de dérivée n -ième continue sur I
- Une fonction f dérivable sur I est-elle de classe $\mathcal{C}^1$ sur I ?
Non - Penser à $x^2 \sin(1/x)$...
- Savoir citer les théorèmes au programme :

dérivabilité

- Qu'est-ce qu'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ sur un intervalle I ? Une fonction n fois dérivable sur I de dérivée n -ième continue sur I
- Une fonction f dérivable sur I est-elle de classe $\mathcal{C}^1$ sur I ?
Non - Penser à $x^2 \sin(1/x)$...
- Savoir citer les théorèmes au programme : Théorème de Rolle, Égalité des accroissements finis, Théorème de limite de la dérivée (dit encore « de prolongement des applications de classe $\mathcal{C}^1$ »), Formule de Taylor-Young...

dérivabilité

Si on prend une fonction numérique f continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$ (avec a et b deux réels tels que $a < b$) telle que $f(a) = f(b)$ alors f' s'annule sur $]a, b[$. C'est un théorème qui l'affirme. Lequel ?

- ① Le théorème de Rolle.
- ② Le théorème des accroissements finis.
- ③ Le théorème de Newton .
- ④ Le théorème des valeurs intermédiaires.

dérivabilité

Si on prend une fonction numérique f continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$ (avec a et b deux réels tels que $a < b$) telle que $f(a) = f(b)$ alors f' s'annule sur $]a, b[$. C'est un théorème qui l'affirme. Lequel ?

- ① Le théorème de Rolle. **Vrai**
- ② Le théorème des accroissements finis. **Faux**
- ③ Le théorème de Newton . **Faux**
- ④ Le théorème des valeurs intermédiaires. **Faux**

dérivabilité

Si on prend une fonction numérique f continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$ (avec a et b deux réels tels que $a < b$) alors le théorème des accroissements finis affirme que :

- ① il existe un réel c tel que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
- ② il existe un réel c de $[a, b]$ tel que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
- ③ il existe un réel c de $]a, b[$ tel que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
- ④ il existe un réel c tel que $f'(c) = \lim_{a \rightarrow b} \left(\frac{f(b) - f(a)}{b - a} \right)$.

dérivabilité

Si on prend une fonction numérique f continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$ (avec a et b deux réels tels que $a < b$) alors le théorème des accroissements finis affirme que :

- ❶ il existe un réel c tel que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$. **Faux**
- ❷ il existe un réel c de $[a, b]$ tel que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
- ❸ il existe un réel c de $]a, b[$ tel que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
- ❹ il existe un réel c tel que $f'(c) = \lim_{a \rightarrow b} \left(\frac{f(b) - f(a)}{b - a} \right)$.

dérivabilité

Si on prend une fonction numérique f continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$ (avec a et b deux réels tels que $a < b$) alors le théorème des accroissements finis affirme que :

- ❶ il existe un réel c tel que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$. **Faux**
- ❷ il existe un réel c de $[a, b]$ tel que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$. **Faux**
- ❸ il existe un réel c de $]a, b[$ tel que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
- ❹ il existe un réel c tel que $f'(c) = \lim_{a \rightarrow b} \left(\frac{f(b) - f(a)}{b - a} \right)$.

dérivabilité

Si on prend une fonction numérique f continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$ (avec a et b deux réels tels que $a < b$) alors le théorème des accroissements finis affirme que :

- ❶ il existe un réel c tel que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$. **Faux**
- ❷ il existe un réel c de $[a, b]$ tel que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$. **Faux**
- ❸ il existe un réel c de $]a, b[$ tel que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$. **Vrai**
- ❹ il existe un réel c tel que $f'(c) = \lim_{a \rightarrow b} \left(\frac{f(b) - f(a)}{b - a} \right)$.

dérivabilité

Si on prend une fonction numérique f continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$ (avec a et b deux réels tels que $a < b$) alors le théorème des accroissements finis affirme que :

- ❶ il existe un réel c tel que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$. **Faux**
- ❷ il existe un réel c de $[a, b]$ tel que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$. **Faux**
- ❸ il existe un réel c de $]a, b[$ tel que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$. **Vrai**
- ❹ il existe un réel c tel que $f'(c) = \lim_{a \rightarrow b} \left(\frac{f(b) - f(a)}{b - a} \right)$. **Faux**

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à prouver que cette équation a des solutions :

- ① Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires.
- ② Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue.
- ③ Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle.
- ④ Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis.

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à prouver que cette équation a des solutions :

- ① Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires.
- ② Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue.
- ③ Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle. **Faux**
- ④ Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis.

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à prouver que cette équation a des solutions :

- ① Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires.
- ② Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue.
- ③ Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle. **Faux**
- ④ Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis. **Faux**

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à prouver que cette équation a des solutions :

- ① Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires.
- ② Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue. **Faux**
- ③ Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle. **Faux**
- ④ Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis. **Faux**

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à prouver que cette équation a des solutions :

- ① Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires. **Vrai**
- ② Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue. **Faux**
- ③ Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle. **Faux**
- ④ Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis. **Faux**

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à dénombrer le nombre de solution de cette équation :

- ① Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires.
- ② Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue.
- ③ Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle.
- ④ Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis.

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à dénombrer le nombre de solution de cette équation :

- ① Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires.
- ② Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue.
- ③ Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle. **Faux**
- ④ Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis.

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à dénombrer le nombre de solution de cette équation :

- ① Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires.
- ② Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue.
- ③ Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle. **Faux**
- ④ Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis. **Faux**

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à dénombrer le nombre de solution de cette équation :

- ① Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires. **Faux**
- ② Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue.
- ③ Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle. **Faux**
- ④ Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis. **Faux**

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à dénombrer le nombre de solution de cette équation :

- ① Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires. **Faux**
- ② Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue. **Vrai**
- ③ Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle. **Faux**
- ④ Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis. **Faux**

dérivabilité

Soit f un élément de $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$.

- ① f est alors un élément de $\mathcal{C}^3(\mathbb{R})$.
- ② f est alors un élément de $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$.
- ③ f'' est dérivable.
- ④ f''' est continue.

dérivabilité

Soit f un élément de $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$.

- ❶ f est alors un élément de $\mathcal{C}^3(\mathbb{R})$.
- ❷ f est alors un élément de $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$.
- ❸ f'' est dérivable. **Faux**
- ❹ f''' est continue.

dérivabilité

Soit f un élément de $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$.

- ❶ f est alors un élément de $\mathcal{C}^3(\mathbb{R})$. **Faux**
- ❷ f est alors un élément de $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$.
- ❸ f'' est dérivable. **Faux**
- ❹ f''' est continue.

dérivabilité

Soit f un élément de $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$.

- ① f est alors un élément de $\mathcal{C}^3(\mathbb{R})$. **Faux**
- ② f est alors un élément de $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$.
- ③ f'' est dérivable. **Faux**
- ④ f''' est continue. **Faux**

dérivabilité

Soit f un élément de $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$.

- ① f est alors un élément de $\mathcal{C}^3(\mathbb{R})$. **Faux**
- ② f est alors un élément de $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$. **Vrai**
- ③ f'' est dérivable. **Faux**
- ④ f''' est continue. **Faux**

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions numériques dérivables sur $\mathbb{R}$ n fois avec n entier naturel alors $(f + g)^{(n)}$:

❶ n'existe pas forcément.

❷ est $f^{(n)} + g^{(n)}$.

❸ est $\sum_{k=0}^n \binom{k}{n} f^{(k)} g^{(n-k)}$.

❹ est $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} g^{(k)} f^{(n-k)}$.

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions numériques dérivables sur $\mathbb{R}$ n fois avec n entier naturel alors $(f + g)^{(n)}$:

❶ n'existe pas forcément. **Faux**

❷ est $f^{(n)} + g^{(n)}$.

❸ est $\sum_{k=0}^n \binom{k}{n} f^{(k)} g^{(n-k)}$.

❹ est $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} g^{(k)} f^{(n-k)}$.

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions numériques dérivables sur $\mathbb{R}$ n fois avec n entier naturel alors $(f + g)^{(n)}$:

❶ n'existe pas forcément. **Faux**

❷ est $f^{(n)} + g^{(n)}$. **True**

❸ est $\sum_{k=0}^n \binom{k}{n} f^{(k)} g^{(n-k)}$.

❹ est $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} g^{(k)} f^{(n-k)}$.

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions numériques dérivables sur $\mathbb{R}$ n fois avec n entier naturel alors $(f + g)^{(n)}$:

① n'existe pas forcément. **Faux**

② est $f^{(n)} + g^{(n)}$. **True**

③ est $\sum_{k=0}^n \binom{k}{n} f^{(k)} g^{(n-k)}$. **Faux**

④ est $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} g^{(k)} f^{(n-k)}$.

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions numériques dérivables sur $\mathbb{R}$ n fois avec n entier naturel alors $(f + g)^{(n)}$:

- ❶ n'existe pas forcément. **Faux**
- ❷ est $f^{(n)} + g^{(n)}$. **True**
- ❸ est $\sum_{k=0}^n \binom{k}{n} f^{(k)} g^{(n-k)}$. **Faux**
- ❹ est $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} g^{(k)} f^{(n-k)}$. **Faux**

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ est :

- ① $x \mapsto x^2$.
- ② $x \mapsto \ln(x)$.
- ③ $x \mapsto x$.
- ④ $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ est :

- ① $x \mapsto x^2$. **Faux**
- ② $x \mapsto \ln(x)$.
- ③ $x \mapsto x$.
- ④ $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ est :

- ① $x \mapsto x^2$. **Faux**
- ② $x \mapsto \ln(x)$. **Faux**
- ③ $x \mapsto x$.
- ④ $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ est :

- ① $x \mapsto x^2$. **Faux**
- ② $x \mapsto \ln(x)$. **Faux**
- ③ $x \mapsto x$. **Vrai**
- ④ $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ est :

- ① $x \mapsto x^2$. **Faux**
- ② $x \mapsto \ln(x)$. **Faux**
- ③ $x \mapsto x$. **Vrai**
- ④ $x \mapsto 0$. **Faux**

Il fallait penser à multiplier par l'expression conjuguée...

Equivalents :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \right)$ vaut :

- ① 1.
- ② 0.
- ③ e.
- ④ $+\infty$.

Equivalents :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \right)$ vaut :

- ① 1. **Faux**
- ② 0.
- ③ e.
- ④ $+\infty$.

Equivalents :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \right)$ vaut :

- ① 1. Faux
- ② 0. Faux
- ③ e.
- ④ $+\infty$.

Equivalents :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \right)$ vaut :

- ① 1. **Faux**
- ② 0. **Faux**
- ③ e. **Vrai**
- ④ $+\infty$.

Equivalents :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \right)$ vaut :

- ❶ 1. **Faux**
- ❷ 0. **Faux**
- ❸ e. **Vrai**
- ❹ $+\infty$. **Faux**

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sin(x) - x$ est :

① $x \mapsto x.$

② $x \mapsto \frac{x^3}{6}.$

③ $x \mapsto -\frac{x^3}{6}.$

④ $x \mapsto 0.$

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sin(x) - x$ est :

① $x \mapsto x$. **Faux**

② $x \mapsto \frac{x^3}{6}$.

③ $x \mapsto -\frac{x^3}{6}$.

④ $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sin(x) - x$ est :

- ① $x \mapsto x$. **Faux**
- ② $x \mapsto \frac{x^3}{6}$. **Faux**
- ③ $x \mapsto -\frac{x^3}{6}$.
- ④ $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sin(x) - x$ est :

- ① $x \mapsto x$. **Faux**
- ② $x \mapsto \frac{x^3}{6}$. **Faux**
- ③ $x \mapsto -\frac{x^3}{6}$. **Vrai**
- ④ $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sin(x) - x$ est :

- ① $x \mapsto x$. **Faux**
- ② $x \mapsto \frac{x^3}{6}$. **Faux**
- ③ $x \mapsto -\frac{x^3}{6}$. **Vrai**
- ④ $x \mapsto 0$. **Faux**

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \ln(1+x) - x$ est :

① $x \mapsto x^3.$

② $x \mapsto \frac{x^2}{2}.$

③ $x \mapsto -\frac{x^2}{2}.$

④ $x \mapsto 0.$

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \ln(1+x) - x$ est :

① $x \mapsto x^3$. **Faux**

② $x \mapsto \frac{x^2}{2}$.

③ $x \mapsto -\frac{x^2}{2}$.

④ $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \ln(1+x) - x$ est :

① $x \mapsto x^3$. **Faux**

② $x \mapsto \frac{x^2}{2}$. **Faux**

③ $x \mapsto -\frac{x^2}{2}$.

④ $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \ln(1+x) - x$ est :

- ① $x \mapsto x^3$. **Faux**
- ② $x \mapsto \frac{x^2}{2}$. **Faux**
- ③ $x \mapsto -\frac{x^2}{2}$. **Vrai**
- ④ $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \ln(1+x) - x$ est :

① $x \mapsto x^3$. **Faux**

② $x \mapsto \frac{x^2}{2}$. **Faux**

③ $x \mapsto -\frac{x^2}{2}$. **Vrai**

④ $x \mapsto 0$. **Faux**

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \cos(\sin(x))$.

- ① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 1$.
- ② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$.
- ③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \cos(x) - 1$.
- ④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{(\sin(x))^2}{2}$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \cos(\sin(x))$.

- ① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 1$.
- ② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$.
- ③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \cos(x) - 1$. **Faux**
- ④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{(\sin(x))^2}{2}$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \cos(\sin(x))$.

- ① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 1$.
- ② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$. **Faux**
- ③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \cos(x) - 1$. **Faux**
- ④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{(\sin(x))^2}{2}$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \cos(\sin(x))$.

- ① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 1$.
- ② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$. **Faux**
- ③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \cos(x) - 1$. **Faux**
- ④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{(\sin(x))^2}{2}$. **Faux**

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \cos(\sin(x))$.

- ① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 1$. **Vrai**
- ② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$. **Faux**
- ③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \cos(x) - 1$. **Faux**
- ④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{(\sin(x))^2}{2}$. **Faux**

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto -\cos(\sin(x)) + 1$.

① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 0$.

② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\frac{x^2}{2}$.

③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$.

④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{(\sin(x))^2}{2} - x$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto -\cos(\sin(x)) + 1$.

- ① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 0$. **Faux**
- ② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\frac{x^2}{2}$.
- ③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$.
- ④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{(\sin(x))^2}{2} - x$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto -\cos(\sin(x)) + 1$.

① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 0$. **Faux**

② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\frac{x^2}{2}$. **Faux**

③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$.

④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{(\sin(x))^2}{2} - x$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto -\cos(\sin(x)) + 1$.

① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 0$. **Faux**

② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\frac{x^2}{2}$. **Faux**

③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$. **Vrai**

④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{(\sin(x))^2}{2} - x$. **Faux**

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \exp(\sin^2(x)) - 1$.

- ① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 0$.
- ② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2} + x^3$.
- ③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x^2$.
- ④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 2(\sin(x))^2$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \exp(\sin^2(x)) - 1$.

- ❶ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 0$. **Faux**
- ❷ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2} + x^3$.
- ❸ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x^2$.
- ❹ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 2(\sin(x))^2$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \exp(\sin^2(x)) - 1$.

- ❶ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 0$. **Faux**
- ❷ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2} + x^3$. **Faux**
- ❸ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x^2$.
- ❹ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 2(\sin(x))^2$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \exp(\sin^2(x)) - 1$.

- ❶ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 0$. **Faux**
- ❷ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2} + x^3$. **Faux**
- ❸ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x^2$. **Vrai**
- ❹ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 2(\sin(x))^2$. **Faux**

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \arctan(x - \sqrt{x})$.

- ① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 0$.
- ② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x^2$.
- ③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$.
- ④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\sqrt{x}$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \arctan(x - \sqrt{x})$.

- ① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 0$. **Faux**
- ② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x^2$.
- ③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$.
- ④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\sqrt{x}$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \arctan(x - \sqrt{x})$.

- ① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 0$. **Faux**
- ② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x^2$. **Faux**
- ③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$.
- ④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\sqrt{x}$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \arctan(x - \sqrt{x})$.

- ① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 0$. **Faux**
- ② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x^2$. **Faux**
- ③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$. **Faux**
- ④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\sqrt{x}$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \arctan(x - \sqrt{x})$.

- ① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 0$. **Faux**
- ② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x^2$. **Faux**
- ③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$. **Faux**
- ④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\sqrt{x}$. **Vrai**

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \arctan(x - \sqrt{x})$.

- ① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 0$. **Faux**
- ② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x^2$. **Faux**
- ③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$. **Faux**
- ④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\sqrt{x}$. **Vrai**

On rappelle que $x - \sqrt{x} = -\sqrt{x}(1 - \sqrt{x})$ avec
 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sqrt{x}) = 1 \dots$

Développements limités :

✓ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_1 : x \mapsto \frac{1}{1-x}$

✗ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_2 : x \mapsto \frac{1}{2+x}$

✗ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_3 : x \mapsto \tan(x)$

Développements limités :

✓ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_1 : x \mapsto \frac{1}{1-x}$
 $f_1(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + o(x^3)$

✓ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_2 : x \mapsto \frac{1}{2+x}$

✗ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_3 : x \mapsto \tan(x)$

Développements limités :

✓ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_1 : x \mapsto \frac{1}{1-x}$
$$f_1(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + o(x^3)$$

✓ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_2 : x \mapsto \frac{1}{2+x}$
$$f_2(x) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{8} + o(x^3) \right)$$

✓ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_3 : x \mapsto \tan(x)$

Développements limités :

✓ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_1 : x \mapsto \frac{1}{1-x}$
$$f_1(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + o(x^3)$$

✓ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_2 : x \mapsto \frac{1}{2+x}$
$$f_2(x) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{8} + o(x^3) \right)$$

✓ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_3 : x \mapsto \tan(x)$
$$f_3(x) = x + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$$

Développements limités à l'ordre 1 :

$$\text{Soit } f : \begin{cases} [-1; 1] \mapsto \mathbb{R} \\ x \mapsto \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases} \end{cases}.$$

On peut prouver que $f(x) = 1 + o(x)$. On en déduit :

- ❶ f est continue en 0 et $f(0) = 1$.
- ❷ f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$.
- ❸ f est dérivable en 0 et $f(0) = 1$.
- ❹ f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$.

Développements limités à l'ordre 1 :

$$\text{Soit } f : \begin{cases} [-1; 1] \mapsto \mathbb{R} \\ x \mapsto \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases} \end{cases}.$$

On peut prouver que $f(x) = 1 + o(x)$. On en déduit :

- ❶ f est continue en 0 et $f(0) = 0$. **Faux**
- ❷ f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$.
- ❸ f est dérivable en 0 et $f(0) = 1$.
- ❹ f est dérivable en 0 et $f'(0) = x$.

Développements limités à l'ordre 1 :

$$\text{Soit } f : \begin{cases} [-1; 1] \mapsto \mathbb{R} \\ x \mapsto \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases} \end{cases}.$$

On peut prouver que $f(x) = 1 + o(x)$. On en déduit :

- ❶ f est continue en 0 et $f(0) = 0$. **Faux**
- ❷ f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$.
- ❸ f est dérivable en 0 et $f(0) = 1$. **Faux**
- ❹ f est dérivable en 0 et $f'(0) = x$.

Développements limités à l'ordre 1 :

$$\text{Soit } f : \begin{cases} [-1; 1] \mapsto \mathbb{R} \\ x \mapsto \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases} \end{cases}.$$

On peut prouver que $f(x) = 1 + o(x)$. On en déduit :

- ❶ f est continue en 0 et $f(0) = 0$. **Faux**
- ❷ f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$.
- ❸ f est dérivable en 0 et $f(0) = 1$. **Faux**
- ❹ f est dérivable en 0 et $f'(0) = x$. **Faux**

Développements limités à l'ordre 1 :

$$\text{Soit } f : \begin{cases} [-1; 1] \mapsto \mathbb{R} \\ x \mapsto \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases} \end{cases}.$$

On peut prouver que $f(x) = 1 + o(x)$. On en déduit :

- ❶ f est continue en 0 et $f(0) = 0$. **Faux**
- ❷ f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$. **Vrai**
- ❸ f est dérivable en 0 et $f(0) = 1$. **Faux**
- ❹ f est dérivable en 0 et $f'(0) = x$. **Faux**

Ne pas oublier le lien entre dérivabilité en a et existence d'un DL à l'ordre 1 au voisinage de a .

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto \frac{\sin^2(x)}{x}$ et C_f sa courbe représentative.

On peut prouver que $f(x) \underset{0}{=} x - \frac{x^3}{3} + o(x^3)$. On en déduit :

- ❶ La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est en-dessous de sa tangente.
- ❷ La tangente en $(0,1)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est au-dessus de sa tangente.
- ❸ La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f traverse cette tangente.
- ❹ La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x - \frac{x^3}{3}$.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto \frac{\sin^2(x)}{x}$ et C_f sa courbe représentative.

On peut prouver que $f(x) \underset{0}{=} x - \frac{x^3}{3} + o(x^3)$. On en déduit :

- ❶ La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est en-dessous de sa tangente. **Faux**
- ❷ La tangente en $(0,1)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est au-dessus de sa tangente.
- ❸ La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f traverse cette tangente.
- ❹ La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x - \frac{x^3}{3}$.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto \frac{\sin^2(x)}{x}$ et C_f sa courbe représentative.

On peut prouver que $f(x) \underset{0}{=} x - \frac{x^3}{3} + o(x^3)$. On en déduit :

- ❶ La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est en-dessous de sa tangente. **Faux**
- ❷ La tangente en $(0,1)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est au-dessus de sa tangente. **Faux**
- ❸ La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f traverse cette tangente.
- ❹ La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x - \frac{x^3}{3}$.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto \frac{\sin^2(x)}{x}$ et C_f sa courbe représentative.

On peut prouver que $f(x) \underset{0}{=} x - \frac{x^3}{3} + o(x^3)$. On en déduit :

- ❶ La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est en-dessous de sa tangente. **Faux**
- ❷ La tangente en $(0,1)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est au-dessus de sa tangente. **Faux**
- ❸ La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f traverse cette tangente. **Vrai**
- ❹ La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x - \frac{x^3}{3}$.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto \frac{\sin^2(x)}{x}$ et C_f sa courbe représentative.

On peut prouver que $f(x) \underset{0}{=} x - \frac{x^3}{3} + o(x^3)$. On en déduit :

- ❶ La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est en-dessous de sa tangente. **Faux**
- ❷ La tangente en $(0,1)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est au-dessus de sa tangente. **Faux**
- ❸ La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f traverse cette tangente. **Vrai**
- ❹ La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x - \frac{x^3}{3}$. **Faux**

Le signe de $f(x) - x$ change selon que x est inférieur à 0 ou supérieur à 0...

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto x \times \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ et C_f sa courbe représentative. De $f(x) \underset{+\infty}{=} x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x} + o(x^{-1})$, on déduit :

- ❶ La tangente en $+\infty$ à C_f a pour équation $y = x + \frac{1}{2}$.
- ❷ La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x}$ est asymptote à C_f .
- ❸ La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f .
- ❹ La droite d'équation $y = x$ est asymptote à C_f .

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto x \times \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ et C_f sa courbe représentative. De $f(x) \underset{+\infty}{=} x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x} + o(x^{-1})$, on déduit :

- ❶ La tangente en $+\infty$ à C_f a pour équation $y = x + \frac{1}{2}$. **Faux**
- ❷ La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x}$ est asymptote à C_f .
- ❸ La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f .
- ❹ La droite d'équation $y = x$ est asymptote à C_f .

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto x \times \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ et C_f sa courbe représentative. De $f(x) \underset{+\infty}{=} x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x} + o(x^{-1})$, on déduit :

- ❶ La tangente en $+\infty$ à C_f a pour équation $y = x + \frac{1}{2}$. **Faux**
- ❷ La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x}$ est asymptote à C_f .
Faux
- ❸ La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f .
- ❹ La droite d'équation $y = x$ est asymptote à C_f .

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto x \times \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ et C_f sa courbe représentative. De $f(x) \underset{+\infty}{=} x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x} + o(x^{-1})$, on déduit :

- ❶ La tangente en $+\infty$ à C_f a pour équation $y = x + \frac{1}{2}$. **Faux**
- ❷ La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x}$ est asymptote à C_f .
Faux
- ❸ La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f . **Vrai**
- ❹ La droite d'équation $y = x$ est asymptote à C_f .

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto x \times \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ et C_f sa courbe représentative. De $f(x) \underset{+\infty}{=} x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x} + o(x^{-1})$, on déduit :

- ❶ La tangente en $+\infty$ à C_f a pour équation $y = x + \frac{1}{2}$. **Faux**
- ❷ La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x}$ est asymptote à C_f .
Faux
- ❸ La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f . **Vrai**
- ❹ La droite d'équation $y = x$ est asymptote à C_f . **Faux**

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto x \times \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ et C_f sa courbe représentative. De
 $f(x) \underset{+\infty}{=} x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x} + o(x^{-1})$, on déduit :

- ① La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f est au-dessus de son asymptote.
- ② La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f est en-dessous de son asymptote.
- ③ La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f traverse son asymptote.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto x \times \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ et C_f sa courbe représentative. De
 $f(x) \underset{+\infty}{=} x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x} + o(x^{-1})$, on déduit :

- ❶ La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f est au-dessus de son asymptote. **Faux**
- ❷ La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f est en-dessous de son asymptote.
- ❸ La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f traverse son asymptote.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto x \times \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ et C_f sa courbe représentative. De
 $f(x) \underset{+\infty}{=} x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x} + o(x^{-1})$, on déduit :

- ① La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f est au-dessus de son asymptote. **Faux**
- ② La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f est en-dessous de son asymptote. **Vrai**
- ③ La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f traverse son asymptote.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto x \times \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ et C_f sa courbe représentative. De
 $f(x) \underset{+\infty}{=} x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x} + o(x^{-1})$, on déduit :

- ① La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f est au-dessus de son asymptote. **Faux**
- ② La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f est en-dessous de son asymptote. **Vrai**
- ③ La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f traverse son asymptote. **Faux**

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$ si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$ est infinie et si

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right) = 0$, que peut-on alors dire sur f ?

- 1 C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
- 2 C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.
- 3 C_f admet en l'infini une asymptote oblique.
- 4 f est ln.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$ si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$ est infinie et si

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right) = 0$, que peut-on alors dire sur f ?

- ❶ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées. **Faux**
- ❷ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.
- ❸ C_f admet en l'infini une asymptote oblique.
- ❹ f est ln.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$ si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$ est infinie et si

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right) = 0, \text{ que peut-on alors dire sur } f ?$$

- ① C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées. **Faux**
- ② C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Vrai**
- ③ C_f admet en l'infini une asymptote oblique. **Faux**
- ④ f est ln. **Faux**

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$ est infinie et si

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

- ❶ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
- ❷ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.
- ❸ C_f admet en l'infini une asymptote oblique.
- ❹ f est exp.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$ est infinie et si

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

- ❶ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
- ❷ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
- ❸ C_f admet en l'infini une asymptote oblique.
- ❹ f est exp.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$ est infinie et si

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

- ❶ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
- ❷ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
- ❸ C_f admet en l'infini une asymptote oblique. **Faux**
- ❹ f est exp.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$ est infinie et si

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

- ❶ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
- ❷ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
- ❸ C_f admet en l'infini une asymptote oblique. **Faux**
- ❹ f est exp. **Faux**

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$ est infinie et si

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

- ❶ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées. **Vrai**
- ❷ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
- ❸ C_f admet en l'infini une asymptote oblique. **Faux**
- ❹ f est exp. **Faux**

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$ existe et est finie, que peut-on alors dire sur f ?

- 1 C_f admet en l'infini une asymptote verticale.
- 2 C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.
- 3 C_f admet en l'infini une asymptote horizontale.
- 4 f est une fonction affine.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$ existe et est finie, que peut-on alors dire sur f ?

- ❶ C_f admet en l'infini une asymptote verticale. **Faux**
- ❷ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.
- ❸ C_f admet en l'infini une asymptote horizontale.
- ❹ f est une fonction affine.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$ existe et est finie, que peut-on alors dire sur f ?

- ❶ C_f admet en l'infini une asymptote verticale. **Faux**
- ❷ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
- ❸ C_f admet en l'infini une asymptote horizontale.
- ❹ f est une fonction affine.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$ existe et est finie, que peut-on alors dire sur f ?

- ❶ C_f admet en l'infini une asymptote verticale. **Faux**
- ❷ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
- ❸ C_f admet en l'infini une asymptote horizontale. **Vrai**
- ❹ f est une fonction affine. **Faux**

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$ est infinie, si

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)$ vaut 3 et si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 3x)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

- ① C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction la droite d'équation $y = 3x$.
- ② C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.
- ③ C_f admet en l'infini une asymptote verticale.
- ④ C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = 3x$.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$ est infinie, si

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)$ vaut 3 et si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 3x)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

- ① C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction la droite d'équation $y = 3x$.
- ② C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
- ③ C_f admet en l'infini une asymptote verticale.
- ④ C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = 3x$.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$ est infinie, si

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)$ vaut 3 et si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 3x)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

- ① C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction la droite d'équation $y = 3x$.
- ② C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
- ③ C_f admet en l'infini une asymptote verticale. **Faux**
- ④ C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = 3x$.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$ est infinie, si

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)$ vaut 3 et si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 3x)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

- ① C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction la droite d'équation $y = 3x$.
- ② C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
- ③ C_f admet en l'infini une asymptote verticale. **Faux**
- ④ C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = 3x$. **Faux**

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$ est infinie, si

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)$ vaut 3 et si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 3x)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

- ① C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction la droite d'équation $y = 3x$. **Vrai**
- ② C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
- ③ C_f admet en l'infini une asymptote verticale. **Faux**
- ④ C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = 3x$. **Faux**

comportement asymptotique :

Soient $f : x \mapsto \frac{x^2 + 5}{2x - 6}$ et C_f sa courbe représentative.

- ❶ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.
- ❷ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
- ❸ C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation
$$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}.$$
- ❹ C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation
$$y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}.$$

comportement asymptotique :

Soient $f : x \mapsto \frac{x^2 + 5}{2x - 6}$ et C_f sa courbe représentative.

- ❶ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
- ❷ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
- ❸ C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation
$$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}.$$
- ❹ C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation
$$y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}.$$

comportement asymptotique :

Soient $f : x \mapsto \frac{x^2 + 5}{2x - 6}$ et C_f sa courbe représentative.

- ❶ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
- ❷ C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées. **Faux**
- ❸ C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation
$$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}.$$
- ❹ C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation
$$y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}.$$

comportement asymptotique :

Soient $f : x \mapsto \frac{x^2 + 5}{2x - 6}$ et C_f sa courbe représentative.

- ① C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
- ② C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées. **Faux**
- ③ C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$. **Vrai**
- ④ C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$.

comportement asymptotique :

Soient $f : x \mapsto \frac{x^2 + 5}{2x - 6}$ et C_f sa courbe représentative.

- ① C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
- ② C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées. **Faux**
- ③ C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$. **Vrai**
- ④ C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$. **Faux**

Développements limités et équivalences :

Soit $f : x \mapsto \ln(\cos(x^3))$.

① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^3}{6}$.

② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\frac{x^6}{2}$.

③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \ln\left(1 + \frac{x^3}{6}\right)$.

④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \cos(x^3) + 1$.

Développements limités et équivalences :

Soit $f : x \mapsto \ln(\cos(x^3))$.

- ① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^3}{6}$.
- ② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\frac{x^6}{2}$.
- ③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \ln\left(1 + \frac{x^3}{6}\right)$.
- ④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \cos(x^3) + 1$. **Faux**

Développements limités et équivalences :

Soit $f : x \mapsto \ln(\cos(x^3))$.

- ① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^3}{6}$.
- ② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\frac{x^6}{2}$.
- ③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \ln\left(1 + \frac{x^3}{6}\right)$. **Faux**
- ④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \cos(x^3) + 1$. **Faux**

Développements limités et équivalences :

Soit $f : x \mapsto \ln(\cos(x^3))$.

- ① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^3}{6}$. **Faux**
- ② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\frac{x^6}{2}$.
- ③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \ln\left(1 + \frac{x^3}{6}\right)$. **Faux**
- ④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \cos(x^3) + 1$. **Faux**

Développements limités et équivalences :

Soit $f : x \mapsto \ln(\cos(x^3))$.

- ① On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^3}{6}$. **Faux**
- ② On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\frac{x^6}{2}$. **Vrai**
- ③ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \ln\left(1 + \frac{x^3}{6}\right)$. **Faux**
- ④ On a $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \cos(x^3) + 1$. **Faux**

Développements limités et équivalences :

Une fonction équivalent à $x \mapsto \ln(2 \sin(x))$ en $\frac{\pi}{6}$ est :

- ① $x \mapsto \ln(2x)$.
- ② $x \mapsto 2 \sin(x)$.
- ③ $x \mapsto \sqrt{3} \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$.
- ④ $x \mapsto \frac{x - \frac{\pi}{6}}{2}$.

Développements limités et équivalences :

Une fonction équivalent à $x \mapsto \ln(2 \sin(x))$ en $\frac{\pi}{6}$ est :

① $x \mapsto \ln(2x)$. **Faux**

② $x \mapsto 2 \sin(x)$.

③ $x \mapsto \sqrt{3} \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$.

④ $x \mapsto \frac{x - \frac{\pi}{6}}{2}$.

Développements limités et équivalences :

Une fonction équivalent à $x \mapsto \ln(2 \sin(x))$ en $\frac{\pi}{6}$ est :

- ① $x \mapsto \ln(2x)$. **Faux**
- ② $x \mapsto 2 \sin(x)$. **Faux**
- ③ $x \mapsto \sqrt{3} \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$.
- ④ $x \mapsto \frac{x - \frac{\pi}{6}}{2}$.

Développements limités et équivalences :

Une fonction équivalent à $x \mapsto \ln(2 \sin(x))$ en $\frac{\pi}{6}$ est :

- ① $x \mapsto \ln(2x)$. **Faux**
- ② $x \mapsto 2 \sin(x)$. **Faux**
- ③ $x \mapsto \sqrt{3} \left(x - \frac{\pi}{6}\right)$.
- ④ $x \mapsto \frac{x - \frac{\pi}{6}}{2}$. **Faux**

Développements limités et équivalences :

Une fonction équivalent à $x \mapsto \ln(2 \sin(x))$ en $\frac{\pi}{6}$ est :

- ① $x \mapsto \ln(2x)$. **Faux**
- ② $x \mapsto 2 \sin(x)$. **Faux**
- ③ $x \mapsto \sqrt{3} \left(x - \frac{\pi}{6}\right)$. **Vrai**
- ④ $x \mapsto \frac{x - \frac{\pi}{6}}{2}$. **Faux**

On pensera au changement de variable $u = x - \pi/6$ qui donnera :

$$f(x) = \ln(\sqrt{3} \sin(u) + \cos(u))$$

On conclut en menant le DL à l'ordre 2 au voisinage de 0.

Table des matières

- 1 Suites numériques
 - Vocabulaire, suites usuelles et principaux théorèmes
 - Suites définies par une fonction
- 2 Fonctions d'une variable réelle
 - Limites, continuité et dérivabilité
 - Développements limités et équivalents
- 3 **Intégration**
 - Intégrales définies
 - Fonctions définies par une intégrale
 - Intégrales généralisées
- 4 équations différentielles
 - équations différentielles
 - systèmes différentiels
- 5 séries numériques

Sommes de Riemann

- Rappeler la formule de la valeur moyenne d'une fonction grâce aux sommes de Riemann :

- *Remarque* : On peut aussi dire (formule « de la moyenne ») :

$$\exists c \in]a, b[/ \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt = f(c)$$

Sommes de Riemann

- Rappeler la formule de la valeur moyenne d'une fonction grâce aux sommes de Riemann :

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right)$$

en particulier

$$\int_0^1 f(t) dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{k}{n}\right)$$

- Remarque* : On peut aussi dire (formule « de la moyenne ») :

$$\exists c \in]a, b[/ \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt = f(c)$$

Sommes de Riemann

- Rappeler la formule de la valeur moyenne d'une fonction grâce aux sommes de Riemann :

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right)$$

en particulier

$$\int_0^1 f(t) dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{k}{n}\right)$$

- Remarque* : On peut aussi dire (formule « de la moyenne ») :

$$\exists c \in]a, b[/ \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt = f(c)$$

Application des sommes de Riemann :

Calculer, si elle existe, la limite de la suite $(S_n)_{n \geq 1}$ définie par :

$$S_n = \frac{1}{n\alpha} + \frac{1}{n\alpha + \beta} + \dots + \frac{1}{n\alpha + (n-1)\beta}$$

Réponse :

Application des sommes de Riemann :

Calculer, si elle existe, la limite de la suite $(S_n)_{n \geq 1}$ définie par :

$$S_n = \frac{1}{n\alpha} + \frac{1}{n\alpha + \beta} + \dots + \frac{1}{n\alpha + (n-1)\beta}$$

Réponse : $S_n = \frac{1}{n} \left[\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha + \frac{\beta}{n}} + \dots + \frac{1}{\alpha + \frac{(n-1)\beta}{n}} \right] ;$

Application des sommes de Riemann :

Calculer, si elle existe, la limite de la suite $(S_n)_{n \geq 1}$ définie par :

$$S_n = \frac{1}{n\alpha} + \frac{1}{n\alpha + \beta} + \dots + \frac{1}{n\alpha + (n-1)\beta}$$

Réponse : $S_n = \frac{1}{n} \left[\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha + \frac{\beta}{n}} + \dots + \frac{1}{\alpha + \frac{(n-1)\beta}{n}} \right] ;$

On pose : $f(x) = \frac{1}{\alpha + \beta x}$

Alors :

Application des sommes de Riemann :

Calculer, si elle existe, la limite de la suite $(S_n)_{n \geq 1}$ définie par :

$$S_n = \frac{1}{n\alpha} + \frac{1}{n\alpha + \beta} + \dots + \frac{1}{n\alpha + (n-1)\beta}$$

Réponse : $S_n = \frac{1}{n} \left[\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha + \frac{\beta}{n}} + \dots + \frac{1}{\alpha + \frac{(n-1)\beta}{n}} \right];$

On pose : $f(x) = \frac{1}{\alpha + \beta x}$

Alors :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{\beta} [\ln(\alpha + \beta x)]_0^1 = \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{\alpha + \beta}{\alpha} \right)$$

intégrer

- Déterminer une primitive de $f : x \mapsto xe^{\frac{x^2}{2}}$:

- $I_1 = \int_2^x \frac{dt}{t^2 - 1}$:

- $I_2 = \int_2^x \frac{dt}{t^2 - 2t + 1}$

intégrer

- Déterminer une primitive de $f : x \mapsto xe^{\frac{x^2}{2}}$:

$$F : x \mapsto e^{\frac{x^2}{2}}$$

- $l_1 = \int_2^x \frac{dt}{t^2 - 1}$:

- $l_2 = \int_2^x \frac{dt}{t^2 - 2t + 1}$

intégrer

- Déterminer une primitive de $f : x \mapsto xe^{\frac{x^2}{2}}$:
- Calculer, pour $x > 1$, $I_1 = \int_2^x \frac{dt}{t^2 - 1}$:
- $I_2 = \int_2^x \frac{dt}{t^2 - 2t + 1}$

intégrer

- Déterminer une primitive de $f : x \mapsto xe^{\frac{x^2}{2}}$:
- Calculer, pour $x > 1$, $I_1 = \int_2^x \frac{dt}{t^2 - 1}$:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_2^x \frac{dt}{(t-1)(t+1)} = \frac{1}{2} \int_2^x \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1} \right) \\ &= \frac{1}{2} [\ln(t-1) - \ln(t+1)]_2^x = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{t-1}{t+1} \right) \right]_2^x \\ &= \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{x-1}{x+1} \right) + \ln 3 \right] \end{aligned}$$

- $I_2 = \int_2^x \frac{dt}{t^2 - 2t + 1}$

intégrer

- Déterminer une primitive de $f : x \mapsto xe^{\frac{x^2}{2}}$:
- $I_1 = \int_2^x \frac{dt}{t^2 - 1} = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{x-1}{x+1} \right) + \ln 3 \right]$:
- $I_2 = \int_2^x \frac{dt}{t^2 - 2t + 1}$

intégrer

- Déterminer une primitive de $f : x \mapsto xe^{\frac{x^2}{2}}$:
- $I_1 = \int_2^x \frac{dt}{t^2 - 1} = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{x-1}{x+1} \right) + \ln 3 \right]$:
- $I_2 = \int_2^x \frac{dt}{t^2 - 2t + 1}$
 $I_2 = \int_2^x \frac{dt}{(t-1)^2} = \left[-\frac{1}{t-1} \right]_2^x = 1 - \frac{1}{x-1}$

intégrer

- $I_3 = \int_{-\frac{1}{2}}^1 \frac{dt}{t^2 + t + 1}$

- $I_4 = \int_{-\frac{1}{2}}^1 \frac{t dt}{t^2 + t + 1}$

intégrer

- $I_3 = \int_{-\frac{1}{2}}^1 \frac{dt}{t^2 + t + 1}$

$$\begin{aligned} I_3 &= \int_{-\frac{1}{2}}^1 \frac{dt}{(t + 1/2)^2 + 3/4} = \frac{4}{3} \int_{-\frac{1}{2}}^1 \frac{dt}{\frac{4}{3}(t + 1/2)^2 + 1} \\ &= \frac{4}{3} \int_{-\frac{1}{2}}^1 \frac{dt}{[\frac{2}{\sqrt{3}}(t + 1/2)]^2 + 1} = \frac{4\sqrt{3}}{3 \cdot 2} \int_0^{\sqrt{3}} \frac{du}{u^2 + 1} \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{3} [\text{Arctan}(u)]_0^{\sqrt{3}} = \frac{2\pi\sqrt{3}}{9} \end{aligned}$$

- $I_4 = \int_{-\frac{1}{2}}^1 \frac{t dt}{t^2 + t + 1}$

intégrer

- $I_3 = \int_{-\frac{1}{2}}^1 \frac{dt}{t^2 + t + 1} = \frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$
- $I_4 = \int_{-\frac{1}{2}}^1 \frac{t dt}{t^2 + t + 1}$

intégrer

- $I_3 = \int_{-\frac{1}{2}}^1 \frac{dt}{t^2 + t + 1} = \frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$

- $I_4 = \int_{-\frac{1}{2}}^1 \frac{t dt}{t^2 + t + 1}$

$$\begin{aligned} I_4 &= \frac{1}{2} \int_{-\frac{1}{2}}^1 \frac{2t + 1 - 1}{t^2 + t + 1} dt = \frac{1}{2} \left[\int_{-\frac{1}{2}}^1 \frac{2t + 1}{t^2 + t + 1} - \int_{-\frac{1}{2}}^1 \frac{dt}{t^2 + t + 1} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\left[\ln(t^2 + t + 1) \right]_{-\frac{1}{2}}^1 - I_3 \right] \end{aligned}$$

intégration

- Calculer $I_1 = \int_0^1 \sqrt{1-t} dt$
- Calculer $I_2 = \int_0^1 \sqrt{1-t^2} dt$
- Primitives de $f : x \mapsto \sin(ax)\cos(bx)$

intégration

- Calculer $I_1 = \int_0^1 \sqrt{1-t} dt$; On pose $u = 1 - t = g(t)$,
 $g \in \mathcal{C}^1([0, 1])$;

$$I_1 = - \int_1^0 \sqrt{u} du = \int_0^1 \sqrt{u} du = \left[\frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \right]_0^1 = \frac{2}{3}$$

- Calculer $I_2 = \int_0^1 \sqrt{1-t^2} dt$
- Primitives de $f : x \mapsto \sin(ax)\cos(bx)$

intégration

- Calculer $I_1 = \int_0^1 \sqrt{1-t} dt$
- Calculer $I_2 = \int_0^1 \sqrt{1-t^2} dt$
- Primitives de $f : x \mapsto \sin(ax)\cos(bx)$

intégration

- Calculer $I_1 = \int_0^1 \sqrt{1-t} dt$
- Calculer $I_2 = \int_0^1 \sqrt{1-t^2} dt$; On pose $u = \text{Arcsin}(t)$,
 $\text{Arcsin} \in \mathcal{C}^1([0, 1])$;

$$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2(u) du = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos(2u)}{2} du =$$
$$\frac{1}{2} \left[u + \frac{\sin(2u)}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$$

- Primitives de $f : x \mapsto \sin(ax)\cos(bx)$

intégration

- Calculer $I_1 = \int_0^1 \sqrt{1-t} dt$
- Calculer $I_2 = \int_0^1 \sqrt{1-t^2} dt$
- Primitives de $f : x \mapsto \sin(ax)\cos(bx)$

intégration

- Calculer $I_1 = \int_0^1 \sqrt{1-t} dt$
- Calculer $I_2 = \int_0^1 \sqrt{1-t^2} dt$
- Primitives de $f : x \mapsto \sin(ax)\cos(bx)$

$$f(x) = \frac{1}{2}(\sin(a+b)x + \sin(a-b)x);$$

Une primitive est donc

$$F : x \mapsto \frac{1}{2} \left(-\frac{\cos(a+b)x}{a+b} - \frac{\cos(a-b)x}{a-b} \right)$$

intégration

Soit a un réel, $0 < a < 1$ et $n \in \mathbb{N}^*$.

- Montrer que $J_1 = \int_0^a \frac{dx}{(1+x^3)^n} dx \leq a$
- Montrer que $J_2 = \int_a^1 \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1-a}{(1+a^3)^n}$
- Montrer que $J_3 = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1}{3n-1}$

intégration

Soit a un réel, $0 < a < 1$ et $n \in \mathbb{N}^*$.

- Montrer que $J_1 = \int_0^a \frac{dx}{(1+x^3)^n} dx \leq a$

$$\forall x \in [0, a], \frac{1}{1+x^3} \leq 1 \text{ donc } J_1 \leq a$$

- Montrer que $J_2 = \int_a^1 \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1-a}{(1+a^3)^n}$

- Montrer que $J_3 = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1}{3n-1}$

intégration

Soit a un réel, $0 < a < 1$ et $n \in \mathbb{N}^*$.

- Montrer que $J_1 = \int_0^a \frac{dx}{(1+x^3)^n} dx \leq a$
- Montrer que $J_2 = \int_a^1 \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1-a}{(1+a^3)^n}$
- Montrer que $J_3 = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1}{3n-1}$

intégration

Soit a un réel, $0 < a < 1$ et $n \in \mathbb{N}^*$.

- Montrer que $J_1 = \int_0^a \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq a$

- Montrer que $J_2 = \int_a^1 \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1-a}{(1+a^3)^n}$

$$\forall x \in [a, 1], \frac{1}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1}{(1+a^3)^n} \text{ donc}$$

$$J_2 \leq \frac{1}{(1+a^3)^n} \int_a^1 dx. \text{ Soit } J_2 \leq \frac{1-a}{(1+a^3)^n}$$

- Montrer que $J_3 = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1}{3n-1}$

intégration

Soit a un réel, $0 < a < 1$ et $n \in \mathbb{N}^*$.

- Montrer que $J_1 = \int_0^a \frac{dx}{(1+x^3)^n} dx \leq a$
- Montrer que $J_2 = \int_a^1 \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1-a}{(1+a^3)^n}$
- Montrer que $J_3 = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^3)^n} dx \leq \frac{1}{3n-1}$

intégration

Soit a un réel, $0 < a < 1$ et $n \in \mathbb{N}^*$.

- Montrer que $J_1 = \int_0^a \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq a$
- Montrer que $J_2 = \int_a^1 \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1-a}{(1+a^3)^n}$
- Montrer que $J_3 = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1}{3n-1}$

$$\forall x \geq 1, x^3 \leq 1+x^3 \Rightarrow \frac{1}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1}{x^{3n}}. \text{ Donc :}$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^{3n}} = \left[\frac{x^{1-3n}}{1-3n} \right]_1^{+\infty}$$

Fonctions définies par une intégrale

On suppose f continue sur $\mathbb{R}$. Donner la dérivée sur un intervalle qu'on précisera des fonctions suivantes :

- $G_1(x) = \int_1^x f(t) dt$

- $G_2(x) = \int_1^x \frac{f(t)}{t} dt$

- $G_3(x) = \int_1^{3x} f(t) dt$

- $G_4(x) = \int_1^{3x} \frac{f(t)}{t} dt$

- $G_5(x) = \int_x^{3x} f(t) dt$

- $G_6(x) = \int_x^{3x} \frac{f(t)}{t} dt$

Fonctions définies par une intégrale

On suppose f continue sur $\mathbb{R}$. Donner la dérivée sur un intervalle qu'on précisera des fonctions suivantes :

- $G_1(x) = \int_1^x f(t)dt$; $G_1'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

- $G_2(x) = \int_1^x \frac{f(t)}{t} dt$

- $G_3(x) = \int_1^{3x} f(t)dt$

- $G_4(x) = \int_1^{3x} \frac{f(t)}{t} dt$

- $G_5(x) = \int_x^{3x} f(t)dt$

- $G_6(x) = \int_x^{3x} \frac{f(t)}{t} dt$

Fonctions définies par une intégrale

On suppose f continue sur $\mathbb{R}$. Donner la dérivée sur un intervalle qu'on précisera des fonctions suivantes :

- $G_1(x) = \int_1^x f(t)dt$; $G_1'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

- $G_2(x) = \int_1^x \frac{f(t)}{t}dt$; $G_2'(x) = \frac{f(x)}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$

- $G_3(x) = \int_1^{3x} f(t)dt$

- $G_4(x) = \int_1^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$

- $G_5(x) = \int_x^{3x} f(t)dt$

- $G_6(x) = \int_x^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$

Fonctions définies par une intégrale

On suppose f continue sur $\mathbb{R}$. Donner la dérivée sur un intervalle qu'on précisera des fonctions suivantes :

- $G_1(x) = \int_1^x f(t)dt$; $G'_1(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$
- $G_2(x) = \int_1^x \frac{f(t)}{t}dt$; $G'_2(x) = \frac{f(x)}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$
- $G_3(x) = \int_1^{3x} f(t)dt$; $G'_3(x) = 3f(3x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$
- $G_4(x) = \int_1^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$
- $G_5(x) = \int_x^{3x} f(t)dt$
- $G_6(x) = \int_x^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$

Fonctions définies par une intégrale

On suppose f continue sur $\mathbb{R}$. Donner la dérivée sur un intervalle qu'on précisera des fonctions suivantes :

- $G_1(x) = \int_1^x f(t)dt$; $G'_1(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

- $G_2(x) = \int_1^x \frac{f(t)}{t}dt$; $G'_2(x) = \frac{f(x)}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$

- $G_3(x) = \int_1^{3x} f(t)dt$; $G'_3(x) = 3f(3x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

- $G_4(x) = \int_1^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$; $G'_4(x) = 3 \frac{f(3x)}{3x} = \frac{f(3x)}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$

- $G_5(x) = \int_x^{3x} f(t)dt$

- $G_6(x) = \int_x^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$

Fonctions définies par une intégrale

On suppose f continue sur $\mathbb{R}$. Donner la dérivée sur un intervalle qu'on précisera des fonctions suivantes :

- $G_1(x) = \int_1^x f(t)dt$; $G'_1(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

- $G_2(x) = \int_1^x \frac{f(t)}{t}dt$; $G'_2(x) = \frac{f(x)}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$

- $G_3(x) = \int_1^{3x} f(t)dt$; $G'_3(x) = 3f(3x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

- $G_4(x) = \int_1^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$; $G'_4(x) = 3\frac{f(3x)}{3x} = \frac{f(3x)}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$

- $G_5(x) = \int_x^{3x} f(t)dt$; $G'_5(x) = 3f(3x) - f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

- $G_6(x) = \int_x^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$

Fonctions définies par une intégrale

On suppose f continue sur $\mathbb{R}$. Donner la dérivée sur un intervalle qu'on précisera des fonctions suivantes :

- $G_1(x) = \int_1^x f(t)dt$; $G'_1(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

- $G_2(x) = \int_1^x \frac{f(t)}{t} dt$; $G'_2(x) = \frac{f(x)}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$

- $G_3(x) = \int_1^{3x} f(t)dt$; $G'_3(x) = 3f(3x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

- $G_4(x) = \int_1^{3x} \frac{f(t)}{t} dt$; $G'_4(x) = 3 \frac{f(3x)}{3x} = \frac{f(3x)}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$

- $G_5(x) = \int_x^{3x} f(t)dt$; $G'_5(x) = 3f(3x) - f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

- $G_6(x) = \int_x^{3x} \frac{f(t)}{t} dt$; $G'_6(x) = \frac{f(3x) - f(x)}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$

Intégrales généralisées

Nature et valeurs des intégrales suivantes :

- $I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-2)^2}{2}} dx$
- $I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x-2)^2} dx$
- $I_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-(x-2)^2} dx$
- $I_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-3(x-2)^2} dx$

Intégrales généralisées

Nature et valeurs des intégrales suivantes :

- $I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-2)^2}{2}} dx ; I_1 = \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,1}(x) dx = \sqrt{2\pi}$
- $I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x-2)^2} dx$
- $I_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-(x-2)^2} dx$
- $I_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-3(x-2)^2} dx$

Intégrales généralisées

Nature et valeurs des intégrales suivantes :

- $I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-2)^2}{2}} dx ; I_1 = \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,1}(x) dx = \sqrt{2\pi}$
- $I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x-2)^2} dx ; I_2 = \sqrt{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,\frac{1}{\sqrt{2}}}(x) dx = \sqrt{\pi}$
- $I_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-(x-2)^2} dx$
- $I_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-3(x-2)^2} dx$

Intégrales généralisées

Nature et valeurs des intégrales suivantes :

- $I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-2)^2}{2}} dx ; I_1 = \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,1}(x) dx = \sqrt{2\pi}$
- $I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x-2)^2} dx ; I_2 = \sqrt{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,\frac{1}{\sqrt{2}}}(x) dx = \sqrt{\pi}$
- $I_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-(x-2)^2} dx ; I_3 = \sqrt{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x \varphi_{2,\frac{1}{\sqrt{2}}}(x) dx$
 $I_3 = \sqrt{\pi} \cdot \mathbb{E}(X)$ où $X \hookrightarrow \mathcal{N}(2, 1/2)$
- $I_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-3(x-2)^2} dx$

Intégrales généralisées

Nature et valeurs des intégrales suivantes :

- $I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-2)^2}{2}} dx ; I_1 = \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,1}(x) dx = \sqrt{2\pi}$
- $I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x-2)^2} dx ; I_2 = \sqrt{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,\frac{1}{\sqrt{2}}}(x) dx = \sqrt{\pi}$
- $I_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-(x-2)^2} dx ; I_3 = 2\sqrt{\pi}$
- $I_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-3(x-2)^2} dx$

Intégrales généralisées

Nature et valeurs des intégrales suivantes :

- $I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-2)^2}{2}} dx ; I_1 = \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,1}(x) dx = \sqrt{2\pi}$
 - $I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x-2)^2} dx ; I_2 = \sqrt{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,\frac{1}{\sqrt{2}}}(x) dx = \sqrt{\pi}$
 - $I_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-(x-2)^2} dx ; I_3 = 2\sqrt{\pi}$
 - $I_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-3(x-2)^2} dx ; I_4 = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \varphi_{2,\frac{1}{\sqrt{6}}}(x) dx$
- $$I_4 = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \cdot \mathbb{E}(Y^2) \text{ où } Y \hookrightarrow \mathcal{N}(2, \frac{1}{6})$$

Intégrales généralisées

Nature et valeurs des intégrales suivantes :

- $I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-2)^2}{2}} dx ; I_1 = \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,1}(x) dx = \sqrt{2\pi}$

- $I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x-2)^2} dx ; I_2 = \sqrt{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,\frac{1}{\sqrt{2}}}(x) dx = \sqrt{\pi}$

- $I_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-(x-2)^2} dx ; I_3 = 2\sqrt{\pi}$

- $I_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-3(x-2)^2} dx ; I_4 = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \varphi_{2,\frac{1}{\sqrt{6}}}(x) dx$

$$I_4 = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \cdot \mathbb{E}(Y^2) \text{ où } Y \hookrightarrow \mathcal{N}(2, \frac{1}{6}) ;$$

$$I_4 = \sqrt{\frac{\pi}{3}} (V(Y) + \mathbb{E}^2(Y)) = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{6} + 4 \right) = \frac{25\sqrt{\pi}}{6\sqrt{3}}$$

Table des matières

- 1 Suites numériques
 - Vocabulaire, suites usuelles et principaux théorèmes
 - Suites définies par une fonction
- 2 Fonctions d'une variable réelle
 - Limites, continuité et dérivabilité
 - Développements limités et équivalents
- 3 Intégration
 - Intégrales définies
 - Fonctions définies par une intégrale
 - Intégrales généralisées
- 4 équations différentielles
 - équations différentielles
 - systèmes différentiels
- 5 séries numériques

équations différentielles du 1er ordre

- 1 Résoudre, pour $\lambda \in \mathbb{R}$, $y' - \lambda y = 0$
- 2 Résoudre $y' + xy = x$

équations différentielles du 1er ordre

- 1 Résoudre, pour $\lambda \in \mathbb{R}$, $y' - \lambda y = 0$
 $y = Ke^{\lambda x}, K \in \mathbb{R}$
- 2 Résoudre $y' + xy = x$

équations différentielles du 1er ordre

- 1 Résoudre, pour $\lambda \in \mathbb{R}$, $y' - \lambda y = 0$; $S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto e^{\lambda x}\}$
- 2 Résoudre $y' + xy = x$

équations différentielles du 1er ordre

- 1 Résoudre, pour $\lambda \in \mathbb{R}$, $y' - \lambda y = 0$; $S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto e^{\lambda x}\}$
- 2 Résoudre $y' + xy = x$

équations différentielles du 1er ordre

① Résoudre, pour $\lambda \in \mathbb{R}$, $y' - \lambda y = 0$; $S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto e^{\lambda x}\}$

② Résoudre $y' + xy = x$

Soit (H_0) l'équation homogène : $y' + xy = 0$;

On pose $a(x) = x \Rightarrow A(x) = \frac{x^2}{2}$ et $y_0(x) = \lambda e^{-x^2/2}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

équations différentielles du 1er ordre

① Résoudre, pour $\lambda \in \mathbb{R}$, $y' - \lambda y = 0$; $S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto e^{\lambda x}\}$

② Résoudre $y' + xy = x$

Soit (H_0) l'équation homogène : $y' + xy = 0$;

On pose $a(x) = x \Rightarrow A(x) = \frac{x^2}{2}$ et $y_0(x) = \lambda e^{-x^2/2}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Recherche d'une solution particulière :

équations différentielles du 1er ordre

- 1 Résoudre, pour $\lambda \in \mathbb{R}$, $y' - \lambda y = 0$; $S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto e^{\lambda x}\}$
- 2 Résoudre $y' + xy = x$

Soit (H_0) l'équation homogène : $y' + xy = 0$;

On pose $a(x) = x \Rightarrow A(x) = \frac{x^2}{2}$ et $y_0(x) = \lambda e^{-x^2/2}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Recherche d'une solution particulière : $y_1(x) = 1$ est solution évidente.

Conclusion : $S = \{x \mapsto 1 + \lambda e^{-x^2/2}, \lambda \in \mathbb{R}\}$

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement positifs

① Résoudre $y'' - y = 6e^{2x}$

② Résoudre $y'' - y = 6e^x$

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement positifs

① Résoudre $y'' - y = 6e^{2x}$

Eq caractéristique : (E) $r^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (r - 1)(r + 1) = 0$.

Donc : $S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto Ae^x + Be^{-x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

Solution particulière

② Résoudre $y'' - y = 6e^x$

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement positifs

- ① Résoudre $y'' - y = 6e^{2x}$

Eq caractéristique : (E) $r^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (r - 1)(r + 1) = 0$.

Donc : $S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto Ae^x + Be^{-x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

Solution particulière $y_1(x) = ce^{2x}$ car 2 n'est pas racine de (E)

Conclusion : $S = \{x \mapsto Ae^x + Be^{-x} + 2e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

- ② Résoudre $y'' - y = 6e^x$

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement positifs

- ① Résoudre $y'' - y = 6e^{2x}$

Eq caractéristique : (E) $r^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (r - 1)(r + 1) = 0$.

Donc : $S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto Ae^x + Be^{-x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

Solution particulière $y_1(x) = ce^{2x}$ car 2 n'est pas racine de (E)

Conclusion : $S = \{x \mapsto Ae^x + Be^{-x} + 2e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

- ② Résoudre $y'' - y = 6e^x$

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement positifs

- ① Résoudre $y'' - y = 6e^{2x}$

Eq caractéristique : (E) $r^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (r - 1)(r + 1) = 0$.

Donc : $S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto Ae^x + Be^{-x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

Solution particulière $y_1(x) = ce^{2x}$ car 2 n'est pas racine de (E)

Conclusion : $S = \{x \mapsto Ae^x + Be^{-x} + 2e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

- ② Résoudre $y'' - y = 6e^x$ A nouveau :

$S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto Ae^x + Be^{-x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

Solution particulière :

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement positifs

- ① Résoudre $y'' - y = 6e^{2x}$

Eq caractéristique : (E) $r^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (r - 1)(r + 1) = 0$.

Donc : $S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto Ae^x + Be^{-x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

Solution particulière $y_1(x) = ce^{2x}$ car 2 n'est pas racine de (E)

Conclusion : $S = \{x \mapsto Ae^x + Be^{-x} + 2e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

- ② Résoudre $y'' - y = 6e^x$ A nouveau :

$S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto Ae^x + Be^{-x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

Solution particulière : $y_1(x) = P(x)e^x$ (avec $\deg(P) = 1$ car 1 est racine simple de (E))

$y_1'(x) = (P' + P)e^x$ et $y_1''(x) = (P'' + 2P' + P)e^x$. D'où :

$y_1''(x) - y_1(x) = (P'' + 2P')e^x = 6e^x \Rightarrow 2P' = 6 \Rightarrow P' = 3 \Rightarrow$

$P = 3x + a$

Conclusion : $S = \{x \mapsto (3x + A)e^x + Be^{-x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

équations différentielles du second ordre

discriminants nuls

① Résoudre $y'' - 2y' + y = 3e^{2x}$

② Résoudre $y'' - 2y' + y = xe^x$

équations différentielles du second ordre

discriminants nuls

① Résoudre $y'' - 2y' + y = 3e^{2x}$

Eq caractéristique : (E) $r^2 - 2r + 1 = 0 \Leftrightarrow (r - 1)^2 = 0$.

Donc : $S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto (Ax + B)e^x, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

Solution particulière :

② Résoudre $y'' - 2y' + y = xe^x$

équations différentielles du second ordre

discriminants nuls

① Résoudre $y'' - 2y' + y = 3e^{2x}$

Eq caractéristique : (E) $r^2 - 2r + 1 = 0 \Leftrightarrow (r - 1)^2 = 0$.

Donc : $S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto (Ax + B)e^x, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

Solution particulière : $y_1(x) = ce^{2x}$ car 2 non racine de (E)

$$y_1'(x) = 2ce^{2x} \text{ et } y_1''(x) = 4ce^{2x}$$

$$\text{Donc } y_1'' - 2y_1' + y_1 = ce^{2x} = 3e^{2x} \Rightarrow c = 3$$

② Résoudre $y'' - 2y' + y = xe^x$

équations différentielles du second ordre

discriminants nuls

① Résoudre $y'' - 2y' + y = 3e^{2x}$

Conclusion : $S = \{x \mapsto (Ax + B)e^x + 3e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

② Résoudre $y'' - 2y' + y = xe^x$

équations différentielles du second ordre

discriminants nuls

① Résoudre $y'' - 2y' + y = 3e^{2x}$

Conclusion : $S = \{x \mapsto (Ax + B)e^x + 3e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

② Résoudre $y'' - 2y' + y = xe^x$

équations différentielles du second ordre

discriminants nuls

- ① Résoudre $y'' - 2y' + y = 3e^{2x}$

Conclusion : $S = \{x \mapsto (Ax + B)e^x + 3e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

- ② Résoudre $y'' - 2y' + y = xe^x$ A nouveau :
 $S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto (Ax + B)e^x, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$
Solution particulière :

équations différentielles du second ordre

discriminants nuls

- ① Résoudre $y'' - 2y' + y = 3e^{2x}$

Conclusion : $S = \{x \mapsto (Ax + B)e^x + 3e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

- ② Résoudre $y'' - 2y' + y = xe^x$ A nouveau :

$$S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto (Ax + B)e^x, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$$

Solution particulière : $y_1(x) = P(x)e^x$ (avec $\deg(P) = 3$ car 1 est racine double de (E))

$$y_1'(x) = (P' + P)e^x \text{ et } y_1''(x) = (P'' + 2P' + P)e^x. \text{ D'où :}$$

$$y_1''(x) - 2y_1'(x) + y_1(x) = P''(x)e^x = xe^x$$

$$\text{Soit } P'(x) = \frac{x^2}{2} + a \Rightarrow P(x) = \frac{x^3}{6} + ax + b$$

équations différentielles du second ordre

discriminants nuls

- ① Résoudre $y'' - 2y' + y = 3e^{2x}$

Conclusion : $S = \{x \mapsto (Ax + B)e^x + 3e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

- ② Résoudre $y'' - 2y' + y = xe^x$ A nouveau :

$$S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto (Ax + B)e^x, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$$

Solution particulière : $y_1(x) = P(x)e^x$ (avec $\deg(P) = 3$ car 1 est racine double de (E))

$$y_1'(x) = (P' + P)e^x \text{ et } y_1''(x) = (P'' + 2P' + P)e^x. \text{ D'où :}$$

$$y_1''(x) - 2y_1'(x) + y_1(x) = P''(x)e^x = xe^x$$

$$\text{Soit } P'(x) = \frac{x^2}{2} + a \Rightarrow P(x) = \frac{x^3}{6} + ax + b$$

Conclusion : $S = \{x \mapsto (\frac{x^3}{6} + Ax + B)e^x, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement négatifs

① Résoudre $y'' + y = 6e^{2x}$

② Résoudre $y'' + y = \cos(x)$.

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement négatifs

- ① Résoudre $y'' + y = 6e^{2x}$

Eq caractéristique : (E) $r^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow (r - i)(r + i) = 0$.

Donc : $S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto A \cos(x) + B \sin(x), (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

Solution particulière

- ② Résoudre $y'' + y = \cos(x)$.

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement négatifs

① Résoudre $y'' + y = 6e^{2x}$

Eq caractéristique : (E) $r^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow (r - i)(r + i) = 0$.

Donc : $S_0 = \text{Vect}\{x \mapsto A \cos(x) + B \sin(x), (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

Solution particulière $y_1(x) = Pe^{2x}$ donc

$$y_1''(x) = (P'' + 4P' + 4P)e^{2x}$$

$$\text{D'où : } y_1''(x) + y_1(x) = (P'' + 4P' + 5P)e^{2x} = 6e^{2x} \Rightarrow 5P = 6 \Rightarrow P = 6/5$$

② Résoudre $y'' + y = \cos(x)$.

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement négatifs

- ❶ Résoudre $y'' + y = 6e^{2x}$

Conclusion :

$$S = \left\{ x \mapsto A \cos(x) + B \sin(x) + \frac{6}{5}e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

- ❷ Résoudre $y'' + y = \cos(x)$.

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement négatifs

- ① Résoudre $y'' + y = 6e^{2x}$

Conclusion :

$$S = \left\{ x \mapsto A \cos(x) + B \sin(x) + \frac{6}{5}e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

- ② Résoudre $y'' + y = \cos(x)$.

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement négatifs

- ❶ Résoudre $y'' + y = 6e^{2x}$

Conclusion :

$$S = \{x \mapsto A \cos(x) + B \sin(x) + \frac{6}{5}e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$$

- ❷ Résoudre $y'' + y = \cos(x)$.

L'énoncé doit suggérer $y_p(x) = ax \cos(x) + bx \sin(x)$

On obtient en remplaçant : $y_p(x) = \frac{1}{2}x \sin(x)$

Conclusion :

$$S = \{x \mapsto A \cos(x) + \left(\frac{x}{2} + B\right) \sin(x), (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$$

systèmes différentiels

On considère le système (S) suivant :
$$\begin{cases} x'(t) &= 2x(t) + y(t) \\ y'(t) &= x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

On posera $u(t) = (x(t), y(t))$ et $u'(t) = (x'(t), y'(t))$

- Ecrire ce système sous la forme matricielle : $X' = A \cdot X$ (avec $X = \mathcal{M}_{\mathcal{B}}(u(t))$ et $X' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}}(u'(t))$) :
- A est diagonalisable ? $\text{Sp}(A)$? Base $\mathcal{B}'$ de vecteurs propres ?

systèmes différentiels

On considère le système (S) suivant :
$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) + y(t) \\ y'(t) = x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

On posera $u(t) = (x(t), y(t))$ et $u'(t) = (x'(t), y'(t))$

- Ecrire ce système sous la forme matricielle : $X' = A \cdot X$ (avec $X = \mathcal{M}_{\mathcal{B}}(u(t))$ et $X' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}}(u'(t))$) :

$$X' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X$$

- A est diagonalisable ? $\text{Sp}(A)$? Base $\mathcal{B}'$ de vecteurs propres ?

systèmes différentiels

On considère le système (S) suivant :
$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) + y(t) \\ y'(t) = x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

On posera $u(t) = (x(t), y(t))$ et $u'(t) = (x'(t), y'(t))$

- Ecrire ce système sous la forme matricielle : $X' = A \cdot X$ (avec $X = \mathcal{M}_{\mathcal{B}}(u(t))$ et $X' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}}(u'(t))$) :

$$X' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X$$

- A est diagonalisable ? $\text{Sp}(A)$? Base $\mathcal{B}'$ de vecteurs propres ?

systèmes différentiels

On considère le système (S) suivant :
$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) + y(t) \\ y'(t) = x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

On posera $u(t) = (x(t), y(t))$ et $u'(t) = (x'(t), y'(t))$

- Ecrire ce système sous la forme matricielle : $X' = A \cdot X$ (avec $X = \mathcal{M}_{\mathcal{B}}(u(t))$ et $X' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}}(u'(t))$) :

$$X' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X$$

- A est diagonalisable ? **Oui** ; $\text{Sp}(A) = \{1, 3\}$; Base $\mathcal{B}'$ de vecteurs propres ? $\mathcal{B}' = (u_1, u_2)$ où $u_1 = (1, -1)$ et $u_2 = (1, 1)$

$$A = P \cdot D \cdot P^{-1} \text{ avec } D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

systèmes différentiels

On note désormais $u(t) = (a(t), b(t))_{\mathcal{B}'}$ et $u'(t) = (a'(t), b'(t))_{\mathcal{B}'}$;
 $Y = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'}(u(t))$ et $Y' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'}(u'(t))$.

- Système (S) dans $\mathcal{B}'$
- Conclure :

systèmes différentiels

On note désormais $u(t) = (a(t), b(t))_{\mathcal{B}'}$ et $u'(t) = (a'(t), b'(t))_{\mathcal{B}'}$;
 $Y = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'}(u(t))$ et $Y' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'}(u'(t))$.

- Système (S) dans $\mathcal{B}'$: $Y' = DY$
- Conclure :

systèmes différentiels

On note désormais $u(t) = (a(t), b(t))_{\mathcal{B}'}$ et $u'(t) = (a'(t), b'(t))_{\mathcal{B}'}$;
 $Y = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'}(u(t))$ et $Y' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'}(u'(t))$.

- Système (S) dans $\mathcal{B}'$: $Y' = DY$

$$\begin{cases} a'(t) = a(t) \\ b'(t) = 3b(t) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a'(t) - a(t) = 0 \\ b'(t) - 3b(t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(t) = \lambda e^t \\ b(t) = \mu e^{3t} \end{cases}$$

- Conclure :

systèmes différentiels

On note désormais $u(t) = (a(t), b(t))_{\mathcal{B}'}$ et $u'(t) = (a'(t), b'(t))_{\mathcal{B}'}$;
 $Y = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'}(u(t))$ et $Y' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'}(u'(t))$.

- Système (S) dans $\mathcal{B}'$: $Y' = DY$

$$\begin{cases} a'(t) = a(t) \\ b'(t) = 3b(t) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a'(t) - a(t) = 0 \\ b'(t) - 3b(t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(t) = \lambda e^t \\ b(t) = \mu e^{3t} \end{cases}$$

- Conclure : $X = P \cdot Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix}$

Table des matières

- 1 Suites numériques
 - Vocabulaire, suites usuelles et principaux théorèmes
 - Suites définies par une fonction
- 2 Fonctions d'une variable réelle
 - Limites, continuité et dérivabilité
 - Développements limités et équivalents
- 3 Intégration
 - Intégrales définies
 - Fonctions définies par une intégrale
 - Intégrales généralisées
- 4 équations différentielles
 - équations différentielles
 - systèmes différentiels
- 5 séries numériques

séries numériques

Dire dans chacun des cas si les séries convergent :

- $\sum 2^n$

- $\sum \frac{1}{3^n}$

- $\sum \frac{n}{2^n}$

- $\sum \frac{1}{n2^n}$

- $\sum \frac{n(n-1)}{2^n}$

séries numériques

Dire dans chacun des cas si les séries convergent :

- $\sum 2^n$ - **NON** car $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n \neq 0$
- $\sum \frac{1}{3^n}$
- $\sum \frac{n}{2^n}$
- $\sum \frac{1}{n2^n}$
- $\sum \frac{n(n-1)}{2^n}$

séries numériques

Dire dans chacun des cas si les séries convergent :

- $\sum 2^n$ - **NON** car $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n \neq 0$
- $\sum \frac{1}{3^n}$ - **OUI** - Série géométrique
- $\sum \frac{n}{2^n}$
- $\sum \frac{1}{n2^n}$
- $\sum \frac{n(n-1)}{2^n}$

séries numériques

Dire dans chacun des cas si les séries convergent :

- $\sum 2^n$ - **NON** car $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n \neq 0$
- $\sum \frac{1}{3^n}$ - **OUI** - Série géométrique
- $\sum \frac{n}{2^n}$ - **OUI** - $\sum n \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ Série géométrique dérivée
- $\sum \frac{1}{n2^n}$
- $\sum \frac{n(n-1)}{2^n}$

séries numériques

Dire dans chacun des cas si les séries convergent :

- $\sum 2^n$ - **NON** car $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n \neq 0$
- $\sum \frac{1}{3^n}$ - **OUI** - Série géométrique
- $\sum \frac{n}{2^n}$ - **OUI** - $\sum n \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ Série géométrique dérivée
- $\sum \frac{1}{n2^n}$ - **OUI** - Par théor. de comparaison avec $\sum \frac{1}{2^n}$
- $\sum \frac{n(n-1)}{2^n}$

séries numériques

Dire dans chacun des cas si les séries convergent :

- $\sum 2^n$ - **NON** car $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n \neq 0$
- $\sum \frac{1}{3^n}$ - **OUI** - Série géométrique
- $\sum \frac{n}{2^n}$ - **OUI** - $\sum n \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ Série géométrique dérivée
- $\sum \frac{1}{n2^n}$ - **OUI** - Par théor. de comparaison avec $\sum \frac{1}{2^n}$
- $\sum \frac{n(n-1)}{2^n}$ - **OUI** - car $\sum n(n-1) \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$ converge

Séries numériques (suite)

- On suppose que la série $\sum u_n$ converge. Montrer la convergence de :
 - $\sum \sin(u_n)$
 - $\sum \tan(u_n)$
 - $\sum \operatorname{Arctan}(u_n)$
- $\sum u_n$ et $\sum v_n$ étant deux S.T.P., montrer que $\sum \sqrt{u_n v_n}$ converge.

Séries numériques (suite)

- On suppose que la série $\sum u_n$ converge. Montrer la convergence de :
 - $\sum \sin(u_n)$; $\sin(u_n) \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} u_n$
donc $\sum \sin(u_n)$ et $\sum u_n$ de même nature
 - $\sum \tan(u_n)$
 - $\sum \operatorname{Arctan}(u_n)$
- $\sum u_n$ et $\sum v_n$ étant deux S.T.P., montrer que $\sum \sqrt{u_n v_n}$ converge.

Séries numériques (suite)

- On suppose que la série $\sum u_n$ converge. Montrer la convergence de :
 - $\sum \sin(u_n)$; $\sin(u_n) \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} u_n$
donc $\sum \sin(u_n)$ et $\sum u_n$ de même nature
 - $\sum \tan(u_n)$; $\tan(u_n) \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} u_n$; même conclusion
 - $\sum \operatorname{Arctan}(u_n)$
- $\sum u_n$ et $\sum v_n$ étant deux S.T.P., montrer que $\sum \sqrt{u_n v_n}$ converge.

Séries numériques (suite)

- On suppose que la série $\sum u_n$ converge. Montrer la convergence de :
 - $\sum \sin(u_n)$; $\sin(u_n) \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} u_n$
donc $\sum \sin(u_n)$ et $\sum u_n$ de même nature
 - $\sum \tan(u_n)$; $\tan(u_n) \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} u_n$; même conclusion
 - $\sum \operatorname{Arctan}(u_n)$; $\arctan(u_n) \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} u_n$; même conclusion
- $\sum u_n$ et $\sum v_n$ étant deux S.T.P., montrer que $\sum \sqrt{u_n v_n}$ converge.

Séries numériques (suite)

- On suppose que la série $\sum u_n$ converge. Montrer la convergence de :
 - $\sum \sin(u_n)$; $\sin(u_n) \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} u_n$
donc $\sum \sin(u_n)$ et $\sum u_n$ de même nature
 - $\sum \tan(u_n)$; $\tan(u_n) \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} u_n$; même conclusion
 - $\sum \operatorname{Arctan}(u_n)$; $\arctan(u_n) \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} u_n$; même conclusion
- $\sum u_n$ et $\sum v_n$ étant deux S.T.P., montrer que $\sum \sqrt{u_n v_n}$ converge.

Séries numériques (suite)

- On suppose que la série $\sum u_n$ converge. Montrer la convergence de :
 - $\sum \sin(u_n)$; $\sin(u_n) \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} u_n$
donc $\sum \sin(u_n)$ et $\sum u_n$ de même nature
 - $\sum \tan(u_n)$; $\tan(u_n) \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} u_n$; même conclusion
 - $\sum \operatorname{Arctan}(u_n)$; $\arctan(u_n) \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} u_n$; même conclusion
- $\sum u_n$ et $\sum v_n$ étant deux S.T.P., montrer que $\sum \sqrt{u_n v_n}$ converge.

Il suffit de noter que $\sqrt{u_n v_n} \leq \frac{1}{2}(u_n + v_n)$

Vocabulaire sur les séries numériques (VRAI/FAUX)

- $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$ converge
- $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{k!} = e^2$
- $\sum_{k=0}^{\infty} \lambda q^k$ est de même nature que $\sum_{k=0}^{\infty} q^k$
- $\sum_{n \geq 2} \lambda u_n = \lambda \sum_{n \geq 2} u_n$

Vocabulaire sur les séries numériques (VRAI/FAUX)

- $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$ converge ; **FAUX** mais $\sum \frac{1}{k!}$ converge
- $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{k!} = e^2$
- $\sum_{k=0}^{\infty} \lambda q^k$ est de même nature que $\sum_{k=0}^{\infty} q^k$
- $\sum_{n \geq 2} \lambda u_n = \lambda \sum_{n \geq 2} u_n$

Vocabulaire sur les séries numériques (VRAI/FAUX)

- $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$ converge ; **FAUX** mais $\sum \frac{1}{k!}$ converge
- $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{k!} = e^2$; **FAUX** mais $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{k!} = e^2 - 3$
- $\sum_{k=0}^{\infty} \lambda q^k$ est de même nature que $\sum_{k=0}^{\infty} q^k$
- $\sum_{n \geq 2} \lambda u_n = \lambda \sum_{n \geq 2} u_n$

Vocabulaire sur les séries numériques (VRAI/FAUX)

- $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$ converge ; **FAUX** mais $\sum \frac{1}{k!}$ converge
- $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{k!} = e^2$; **FAUX** mais $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{k!} = e^2 - 3$
- $\sum_{k=0}^{\infty} \lambda q^k$ est de même nature que $\sum_{k=0}^{\infty} q^k$; **FAUX** mais $\sum \lambda q^k$
et $\sum q^k$ sont de même nature
- $\sum_{n \geq 2} \lambda u_n = \lambda \sum_{n \geq 2} u_n$

Vocabulaire sur les séries numériques (VRAI/FAUX)

- $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$ converge ; **FAUX** mais $\sum \frac{1}{k!}$ converge
- $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{k!} = e^2$; **FAUX** mais $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{k!} = e^2 - 3$
- $\sum_{k=0}^{\infty} \lambda q^k$ est de même nature que $\sum_{k=0}^{\infty} q^k$; **FAUX** mais $\sum \lambda q^k$ et $\sum q^k$ sont de même nature
- $\sum_{n \geq 2} \lambda u_n = \lambda \sum_{n \geq 2} u_n$; **FAUX** mais « si $\sum_{n \geq 2} u_n$ converge, alors $\sum_{n \geq 2} \lambda u_n$ converge et $\sum_{n=2}^{\infty} \lambda u_n = \lambda \sum_{n=2}^{\infty} u_n$ »

Vocabulaire sur les séries numériques (suite)

- Les séries $\sum_{k \geq 0} \left(\frac{1}{2}\right)^k$ et $\sum_{k \geq 2} \left(\frac{1}{2}\right)^k$ sont égales
- $\sum_{k=0}^4 \left(\frac{1}{2}\right)^k$ converge
- $\sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k$ converge
- $\sum \left(\frac{1}{2}\right)^k$ converge
- $\sum_{k=1}^n k \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1} \leq \sum_{k=1}^{n+1} k \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$
- $\sum_{k=1}^n k \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$ est croissante

Vocabulaire sur les séries numériques (suite)

- Les séries $\sum_{k \geq 0} (\frac{1}{2})^k$ et $\sum_{k \geq 2} (\frac{1}{2})^k$ sont égales ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^4 (\frac{1}{2})^k$ converge
- $\sum_{k=0}^n (\frac{1}{2})^k$ converge
- $\sum (\frac{1}{2})^k$ converge
- $\sum_{k=1}^n k(\frac{1}{2})^{k-1} \leq \sum_{k=1}^{n+1} k(\frac{1}{2})^{k-1}$
- $\sum_{k=1}^n k(\frac{1}{2})^{k-1}$ est croissante

Vocabulaire sur les séries numériques (suite)

- Les séries $\sum_{k \geq 0} (\frac{1}{2})^k$ et $\sum_{k \geq 2} (\frac{1}{2})^k$ sont égales ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^4 (\frac{1}{2})^k$ converge ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^n (\frac{1}{2})^k$ converge
- $\sum (\frac{1}{2})^k$ converge
- $\sum_{k=1}^n k(\frac{1}{2})^{k-1} \leq \sum_{k=1}^{n+1} k(\frac{1}{2})^{k-1}$
- $\sum_{k=1}^n k(\frac{1}{2})^{k-1}$ est croissante

Vocabulaire sur les séries numériques (suite)

- Les séries $\sum_{k \geq 0} (\frac{1}{2})^k$ et $\sum_{k \geq 2} (\frac{1}{2})^k$ sont égales ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^4 (\frac{1}{2})^k$ converge ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^n (\frac{1}{2})^k$ converge ; **FAUX**
- $\sum (\frac{1}{2})^k$ converge
- $\sum_{k=1}^n k(\frac{1}{2})^{k-1} \leq \sum_{k=1}^{n+1} k(\frac{1}{2})^{k-1}$
- $\sum_{k=1}^n k(\frac{1}{2})^{k-1}$ est croissante

Vocabulaire sur les séries numériques (suite)

- Les séries $\sum_{k \geq 0} (\frac{1}{2})^k$ et $\sum_{k \geq 2} (\frac{1}{2})^k$ sont égales ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^4 (\frac{1}{2})^k$ converge ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^n (\frac{1}{2})^k$ converge ; **FAUX**
- $\sum (\frac{1}{2})^k$ converge ; **VRAI**
- $\sum_{k=1}^n k(\frac{1}{2})^{k-1} \leq \sum_{k=1}^{n+1} k(\frac{1}{2})^{k-1}$
- $\sum_{k=1}^n k(\frac{1}{2})^{k-1}$ est croissante

Vocabulaire sur les séries numériques (suite)

- Les séries $\sum_{k \geq 0} (\frac{1}{2})^k$ et $\sum_{k \geq 2} (\frac{1}{2})^k$ sont égales ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^4 (\frac{1}{2})^k$ converge ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^n (\frac{1}{2})^k$ converge ; **FAUX**
- $\sum (\frac{1}{2})^k$ converge ; **VRAI**
- $\sum_{k=1}^n k(\frac{1}{2})^{k-1} \leq \sum_{k=1}^{n+1} k(\frac{1}{2})^{k-1}$; **VRAI**
- $\sum_{k=1}^n k(\frac{1}{2})^{k-1}$ est croissante

Vocabulaire sur les séries numériques (suite)

- Les séries $\sum_{k \geq 0} \left(\frac{1}{2}\right)^k$ et $\sum_{k \geq 2} \left(\frac{1}{2}\right)^k$ sont égales ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^4 \left(\frac{1}{2}\right)^k$ converge ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k$ converge ; **FAUX**
- $\sum \left(\frac{1}{2}\right)^k$ converge ; **VRAI**
- $\sum_{k=1}^n k \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1} \leq \sum_{k=1}^{n+1} k \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$; **VRAI**
- $\sum_{k=1}^n k \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$ est croissante ; **FAUX** mais $\sum k \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$ est