

Programme de colle quinzaine 10 - semaine 1

Les questions possibles sont les suivantes :

- **Q1** : Soit f , endomorphisme d'un \mathbb{R} -espace vectoriel E . Définir $E_\lambda(f)$ et montrer que c'est un \mathbb{R} espace vectoriel.
- **Q2** : Soit $f \in \mathcal{L}(E)$ tel que $\dim(E) = n$ et $A = \mathcal{M}_\mathcal{B}(f)$ où \mathcal{B} est une base de E . Justifier l'équivalence :

$$\lambda \in \text{Sp}(f) \Leftrightarrow \text{rg}(A - \lambda I_n) < n$$

- **Q3** : Soit $f \in \mathcal{L}(E)$. $\lambda \in \text{Sp}(f) \Rightarrow \lambda^n \in \text{Sp}(f^n)$ et $E_\lambda(f) \subset E_{\lambda^n}(f^n)$.
- **Q4** : Variables aléatoires discrètes : Inégalité de Markov.
- **Q5** : Loi de Poisson. Espérance et/ou variance.
- **Q6** : Savoir traiter l'exercice suivant : « Un magasin possède n caisses. On suppose que le nombre de clients se présentant dans le magasin suit une loi de poisson de paramètre λ et que ceux-ci, une fois entrés, se répartissent de façon indépendante et équiprobable entre les différentes caisses. Déterminer la loi de la variable aléatoire C_1 égale au nombre de clients qui se présentent à la caisse n°1. »
- **Q7** : Loi géométrique. Espérance et variance.
- **Q8** : Loi géométrique sur \mathbb{N} . Espérance et variance.
- **Q9** : Propriété d'invariance temporelle de la loi géométrique.

Exercices :

On donnera, au choix, un ou deux exercices sur l'un des points ci-dessous.

- valeurs propres, vecteurs propres et diagonalisation.
- variables aléatoire discrètes (pas de vecteurs aléatoires cette semaine).

Bonnes colles !