

**- Programme de colle quinzaine 9 -**

**Q1 : Inégalité de Markov.** Démonstration.

**Q2 : Fonction Gamma d'Euler :**  $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$  est définie sur  $\mathbb{R}_+^*$  (admis ici mais savoir le montrer).

En déduire que  $\Gamma(n) = \int_0^\infty t^{n-1} e^{-t} dt$  vaut  $(n-1)!$  pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Q3 : Loi uniforme.** Densité et fonction de répartition. Espérance et variance.

**Q4 : Loi exponentielle.** Densité et fonction de répartition. Espérance et/ou variance.

**Q5 :** « Amnésie » de la loi exponentielle.

**Q6 : Loi normale.** Théorème 2.3 :  $X \hookrightarrow \mathcal{N}(m, \sigma^2) \Leftrightarrow Y = \frac{X - m}{\sigma} \hookrightarrow \mathcal{N}(0, 1)$ .

**Q7 : Loi normale centrée réduite.** Espérance et variance.

**Q8 : Somme de variables aléatoires indépendantes** (la formule du produit de convolution sera rappelée) :  
Loi de la somme de deux variables aléatoires indépendantes de lois uniformes sur  $[0, 1]$ .

**Q9 : Somme de variables aléatoires indépendantes** (la formule du produit de convolution sera rappelée) :  
Loi de la somme de deux variables aléatoires indépendantes de lois exponentielles de même paramètre  $\lambda$ .

**Exercices :**

Les exercices porteront sur les points abordés en question de cours.

*Remarque :* Toute modélisation des variables aléatoires sera la bienvenue (savoir modéliser les lois uniforme, exponentielle et normales à l'aide de la seule fonction `random` de la bibliothèque `random` est une demande du programme de BCPST...)

**Bonnes colles !**