- Programme de colle quinzaine 8, semaine 16 -

Q1 : Si X est une variable aléatoire de densité f, expression d'une densité f_Y de $Y = aX + b$ (où $a, b \in \mathbb{R}$) et d'une densité f_Z de $Z = X^2$.

Q2 : Loi du minimum ou du **maximum** de deux aléatoires indépendantes. Application à l'exemple 1.5 (loi du minimum de deux variables aléatoires indépendantes de même loi exponentielle de paramètre λ) **ou** à l'exemple 1.6 (loi du minimum ou du maximum de n variables aléatoires indépendantes de même loi uniforme sur $[0, a]$, $a \in \mathbb{R}_+^*$).

Q3 : Énoncé du **théorème de transfert**. Application à l'espérance de $Y = \sin(X)$ où X suit la loi de Cauchy standard (exemple 1.8).

Q4 : Inégalité de Markov. Énoncé et démonstration.

Q5 : Fonction Gamma d'Euler : $\Gamma(x) = \displaystyle\int_0^{\infty} t^{x-1}e^{-t}dt$ est définie sur $\mathbb{R}_+^*$; En déduire la convergence et la valeur de $\Gamma(n) = \displaystyle\int_0^{\infty} t^{n-1}e^{-t}dt$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

Q6 : Loi uniforme. Densité et fonction de répartition. Espérance et variance.

Q7 : Si $U \hookrightarrow \mathcal{U}_{]0,1[}$ montrer que $X = (b-a)U + a \hookrightarrow \mathcal{U}_{]a,b[}$

Q8 : Loi exponentielle. Densité et fonction de répartition. Espérance et/ou variance.

Q9 : Si $X \hookrightarrow \exp(\lambda)$, alors $m_r(X)$ existe pour tout $r \in \mathbb{N}$ et vaut $\dfrac{r!}{\lambda^r}$.

Q10 : « Amnésie » de la loi exponentielle.

Exercices :

Les exercices porteront sur les points abordés en question de cours.

Aucune question ne sera posée cette semaine sur la loi normale ou sur la somme de variables aléatoires indépendantes.

Bonnes colles !