

## - Programme de colle quinzaine 6... -

**Questions de cours :**

- **Q1** : Énoncer la « caractérisation des sous-espaces vectoriels ».  
On pourra demander de traiter, à titre d'application, un ou des exemples parmi les suivants :
  - ①  $F_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / z = x + y\}$  ;
  - ②  $F_2 = \{P \in \mathbb{R}_1[X] / P(1) = 0\}$  ;
  - ③  $a \in \mathbb{R}^*$ .  $F_4 = \{f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}) / f' - af = 0\}$  ;  $F_3 = \{f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}) / f'' - 3f' + 2f = 0\}$  ;
  - ④  $F_4 = \{M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) / M^T = M\}$  ;  $F_5 = \left\{ M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) / \exists (a, b) \in \mathbb{R}^2, M = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \right\}$
- **Q2** : Intersection de deux sous-espaces vectoriels. Généralisation à  $n$  sous-espaces vectoriels.
- **Q3** : Sous-espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs de  $E$ , un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.
- **Q4** : Définition de famille libre/génératrice. Démontrer qu'une famille de polynômes non nuls de degrés 2 à 2 distincts est libre.
- **Q5** : Fonction Python qui renvoie, si elle est possible, la somme de deux matrices données en argument.
- **Q6** : Fonction Python qui renvoie, si il est possible, le produit de deux matrices données en argument.

📎 *Notez bien* : Les questions Python sont corrigées dans le Nobebook consacré aux calcul matriciel et disponible dans l'onglet « TD » du site internet.

**Exercices - Systèmes ET calcul matriciel (BCPST1)**

Pour rappel, au programme de BCPST1 :

- **Systèmes linéaires équivalents**. Réduction d'un système linéaire par la méthode du pivot de Gauss via les opérations élémentaires, à savoir : multiplier une équation par un scalaire non nul, ajouter à une équation une combinaison linéaire des autres.
- Rang d'un système, c'est-à-dire son nombre de pivots après réduction.
- **Opérations sur les matrices** : somme, produit par un scalaire, produit matriciel. Formule du binôme de Newton dans le cas de deux matrices qui commutent.
- transposition, matrices carrées symétriques, écriture matricielle d'un système linéaire, rang d'une matrice.
- Matrices carrées inversibles, inverse d'un produit, de la transposée, recherche pratique de l'inverse d'une matrice (📎 « l'inversion peut se ramener à la résolution de systèmes linéaires » ; « seul le déterminant des matrices  $2 \times 2$  est introduit »)