Programme de colle quinzaine 11 - semaine 2

Les questions possibles sont les suivantes :

- **Q1 :** Inégalité de Cauchy-Schwarz (✐ on discutera les cas d'égalité).
- **Q2 :** Si F ssev de $\mathbb{R}^n$ alors $F^\perp$ est ssev de $\mathbb{R}^n$ tel que $F^\perp \cap F = \{0_{\mathbb{R}^n}\}$.
  Par ailleurs, si $B_F = (u_1, \cdots, u_q)$ est une base de F, alors $x \in F^\perp \Leftrightarrow \forall i \in [\![1, p]\!]$, $(x|u_i) = 0$.
- **Q3 :** Une famille orthogonale de vecteurs non nuls de F, ssev de $\mathbb{R}^n$ est libre.
- **Q4 :** Soit $\mathcal{B}$ la base canonique de $\mathbb{R}^n$ et $\mathcal{B}' = (u_1, \cdots, u_n)$ une base orthonormée de $\mathbb{R}^n$.
  Si P désigne la matrice de passage de la base $\mathcal{B}$ à la base $\mathcal{B}'$, alors : $P^T P = I_n$.
- **Q5 :** Le Spectre des matrices symétriques réelles est inclus dans $\mathbb{R}$.
- **Q6 :** Si $\mathcal{B}_F = (u_1, \cdots, u_q)$ est une base orthonormée d'un sous-espace vectoriel F de $\mathbb{R}^n$ et si p est la projection orthogonale de $\mathbb{R}^n$ sur F, alors : $\forall x \in \mathbb{R}^n$, $p(x) = \displaystyle\sum_{i=1}^{q} (u_i|x)u_i$.
- **Q7 :** Soit F un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$ dont $B_F = (u_1, \cdots, u_q)$ est une base et soit p la projection orthogonale sur F de $\mathbb{R}^n$. Alors : $p \circ p = p$, $\mathrm{Im}(p) = F$ et $\mathrm{Ker}(p) = F^\perp$.
- **Q8 :** Soit F un SEV de $\mathbb{R}^n$. La juxtaposition d'une b.o.n de F et de $F^\perp$ est une base de $\mathbb{R}^n$.
  Conséquence : $p_F + p_{F^\perp} = id_{\mathbb{R}^n}$.
- **Q9 :** Expression matricielle de la projection orthogonale p sur F, droite vectorielle engendrée par un vecteur a supposé normé.

Exercices :

Tout exercice portant sur le **chapitre 12**.

Bonne dernière colle !