Programme de colle quinzaine 11 - semaine 1

Les questions possibles sont les suivantes :

- **Q1 :** On considère une succession d'épreuves de Bernoulli indépendantes de même paramètre p. X et Y sont des variables aléatoires respectivement égales au rang du premier et du second succès. Au choix du colleur :
  - $\rightarrow$ Loi du couple (X, Y) et lois marginales.
  - $\rightarrow$ Loi du couple (X, Y) et loi de $Z = Y - X$.
  - $\rightarrow$ Loi du couple (X, Y), montrer que X et $Z = Y - X$ sont indépendantes. Déterminer $\mathbb{E}(Y)$, $\mathbb{V}(Y)$ et $\mathrm{Cov}(X, Y)$.
- **Q2 :** Loi de $Z = min(X, Y)$ où X et Y indépendantes telles que $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$ et $Y \hookrightarrow \mathcal{G}(p')$.
- **Q3 :** Loi de $Z = X + Y$ où X et Y indépendantes telles que $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$ et $Y \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$.
- **Q4 :** Loi de $Z = X + Y$ où X et Y indépendantes telles que $X \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda)$ et $Y \hookrightarrow \mathcal{P}(\mu)$.
- **Q5 :** Inégalité de Cauchy-Schwarz (✐ on discutera les cas d'égalité).
- **Q6 :** Si F ssev de $\mathbb{R}^n$ alors $F^\perp$ est ssev de $\mathbb{R}^n$ tel que $F^\perp \cap F = \{0_{\mathbb{R}^n}\}$.
  Par ailleurs, si $B_F = (u_1, \cdots, u_q)$ est une base de F, alors $x \in F^\perp \Leftrightarrow \forall i \in [\![1, p]\!]$, $(x|u_i) = 0$.
- **Q7 :** Une famille orthogonale de vecteurs non nuls de F, ssev de $\mathbb{R}^n$ est libre.
- **Q8 :** Soit $\mathcal{B}$ la base canonique de $\mathbb{R}^n$ et $\mathcal{B}' = (u_1, \cdots, u_n)$ une base orthonormée de $\mathbb{R}^n$.
  Si P désigne la matrice de passage de la base $\mathcal{B}$ à la base $\mathcal{B}'$, alors : ${}^tPP = I_n$.
- **Q9 :** Le Spectre des matrices symétriques réelles est inclus dans $\mathbb{R}$.

Exercices :

Chapitres 10 et 11 : Tout exercice sur les variables aléatoires discrètes.

Bonnes colles !