

- Programme de colle quinzaine 9 -

Q1 : Inégalité de Markov. Démonstration.

Q2 : Fonction Gamma d'Euler : $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ est définie sur \mathbb{R}_+ et en particulier $\Gamma(n) = \int_0^\infty t^{n-1} e^{-t} dt$ vaut $(n-1)!$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

Q3 : Loi uniforme. Densité et fonction de répartition. Espérance et variance.

Q4 : Loi exponentielle. Densité et fonction de répartition. Espérance et/ou variance.

Q5 : Si $X \hookrightarrow \exp(\lambda)$, alors $m_r(X)$ existe pour tout $r \in \mathbb{N}$ et vaut $\frac{r!}{\lambda^r}$.

Q6 : « Amnésie » de la loi exponentielle.

Q7 : Loi normale. Théorème 2.3 : $X \hookrightarrow \mathcal{N}(m, \sigma^2) \Leftrightarrow Y = \frac{X - m}{\sigma} \hookrightarrow \mathcal{N}(0, 1)$.

Q8 : Loi normale centrée réduite. Espérance et variance.

Q9 : Somme de variables aléatoires indépendantes (la formule du produit de convolution sera rappelée) : Loi de la somme de deux variables aléatoires indépendantes de lois uniformes sur $[0, 1]$.

Q10 : Somme de variables aléatoires indépendantes (la formule du produit de convolution sera rappelée) : Loi de la somme de deux variables aléatoires indépendantes de lois exponentielles de même paramètre λ .

Exercices :

Les exercices porteront sur les points abordés en question de cours.

✍ *Remarque :* Toute modélisation des variables aléatoires sera la bienvenue (savoir modéliser les lois uniforme, exponentielle et normales à l'aide de la seule fonction `random` de la bibliothèque `random` est une demande du programme de BCPST...)

Bonnes colles !