

**- Programme de colle quinzaine 7... -****Questions de cours :**

- **Q1** :  $f \in \mathcal{L}(E, F)$ .  $\text{Ker} f$  est un sous-espace vectoriel de  $E$ . Lien avec l'injectivité.
- **Q2** :  $f \in \mathcal{L}(E, F)$ .  $\text{Im} f$  est un sous-espace vectoriel de  $F$ . Lien avec la surjectivité.
- **Q3** :  $f, g \in \mathcal{L}(E)$  et  $n \in \mathbb{N}$ .  $g \circ f = 0 \Rightarrow \text{Im} f \subset \text{Ker} g$ ;  $\text{Ker} f^n \subset \text{Ker} f^{n+1}$ ;  $\text{Im} f^{n+1} \subset \text{Im} f^n$ .
- **Q4** :  $f \in \mathcal{L}(E, F)$  et  $g \in \mathcal{L}(F, G)$ . Alors :  
 $g \circ f$  injective  $\Rightarrow f$  injective;  $g \circ f$  surjective  $\Rightarrow g$  surjective
- **Q5** : Soit  $E$  un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel de dimension  $n$  muni de deux bases distinctes  $\mathcal{B}_E$  et  $\mathcal{B}'_E$  et soit  $P$  la matrice de passage de la base  $\mathcal{B}_E$  à la base  $\mathcal{B}'_E$ .  
Si  $u$  un vecteur de  $E$ ,  $X = \mathcal{M}_{\mathcal{B}_E}(u)$  et  $X' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'_E}(u)$ . Alors :  $X = PX'$ .
- **Q6** : Définition de  $A$  et  $B$  semblables. Expression de  $B^n$  en fonction de  $A^n$  (récurrence).

**EXERCICES : APPLICATIONS LINEAIRES**

Sur ce chapitre, les attendus du programme sont : « Obtenir la matrice d'une application linéaire dans des bases données; déterminer un noyau et une image; Théorème du rang; changements de bases. »

*Remarque* : « Toute identification entre vecteur de  $\mathbb{K}^n$  et sa représentation matricielle dans une base, même la base canonique, est à éviter ».