- Programme de colle quinzaine 6... -

Questions de cours :

- **Q1 :** Enoncer la « caractérisation des sous-espaces vectoriels ».
  On pourra demander de traiter, à titre d'application, un ou des exemples parmi les suivants :
  ① $E = \mathbb{R}^n$: $F_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / y = x\}$; $F_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / z = x + y\}$;
  ② $F_3 = \{P \in \mathbb{R}_1[X] / P(1) = 0\}$;
  ③ $a \in \mathbb{R}^*$. $F_4 = \{f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}) / f' - af = 0\}$; $F_5 = \{f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}) / f'' - 3f' + 2f = 0\}$;
  ④ $F_6 = \{M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) / M^T = M\}$; $F_7 = \left\{M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) / \exists (a,b) \in \mathbb{R}^2, M = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}\right\}$
- **Q2 :** Intersection de deux sous-espaces vectoriels. Généralisation à n sous-espaces vectoriels.
- **Q3 :** Sous-espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs de E, un $\mathbb{K}$-espace vectoriel.
- **Q4 :** Définition de famille libre/génératrice. Démontrer qu'une famille de polynômes non nuls de degrés 2 à 2 distincts est libre.
- **Q5 :** Fonction Python qui renvoie, si elle est possible, la somme de deux matrices données en argument.
- **Q6 :** Fonction Python qui renvoie, si il est possible, le produit de deux matrices données en argument.
- **Q7 :** Une fonction `produit(A, B)` étant connue, écrire une fonction d'arguments une matrice A et un entier n et renvoyant A^n.

Exercices - Systèmes ET calcul matriciel (BCPST1)

Pour rappel, au programme de BCPST1 :

- **Systèmes linéaires équivalents.** Réduction d'un système linéaire par la méthode du pivot de Gauss via les opérations élémentaires, à savoir : multiplier une équation par un scalaire non nul, ajouter à une équation une combinaison linéaire des autres.

- Rang d'un système, c'est-à-dire son nombre de pivots après réduction.

- **Opérations sur les matrices** : somme, produit par un scalaire, produit matriciel. Formule du binôme de Newton dans le cas de deux matrices qui commutent.

- transposition, matrices carrées symétriques, écriture matricielle d'un système linéaire, rang d'une matrice.
- Matrices carrées inversibles, inverse d'un produit, de la transposée, recherche pratique de l'inverse d'une matrice (✐ « l'inversion peut se ramener à la résolution de systèmes linéaires » ; « seul le déterminant des matrices 2×2 est introduit »)