

- Programme de colle quinzaine 5... -

Questions de cours :

- **Q1** : Énoncé et preuve : degré d'une somme de deux polynômes.
- **Q2** : Énoncé et preuve : degré d'un produit de deux polynômes. En déduire que $\mathbb{K}[X]$ est intègre.
- **Q3** : un polynôme étant codé sous forme de liste (celle de ses coefficients classés dans l'ordre des degrés croissants), écrire une fonction `degre(P)` qui renvoie le degré de P puis, au choix du colleur, écrire une fonction `somme(P, Q)` qui renvoie les coefficients de $P + Q$ ou une fonction `produit(P, Q)` qui renvoie les coefficients de $P \times Q$.
- **Q4** : Écrire une fonction `evaluate(P, x)` d'argument un polynôme P donné sous forme de liste et un réel x , et qui renvoie la valeur de $P(x)$. On donnera deux versions dont l'une utilise l'algorithme de Horner.
- **Q5** : Fonctions symétriques élémentaire des racines de polynôme de degrés 2 et 3.
- **Q6** : Soit $P \in \mathbb{R}[X]$. Si α est racine de P alors $\bar{\alpha}$ est racine de P .
- **Q7** : Soient α une racine d'ordre au moins p d'un polynôme non nul P , et $Q \in \mathbb{K}[X]$ tel que $P = (X - \alpha)^p Q$. Alors α est racine d'ordre p de P si, et seulement si, $Q(\alpha) \neq 0$.
En déduire que si α racine d'ordre p de P , alors α est racine d'ordre $p - 1$ de P' .

Exercices - Équations différentielles

Révisions du programme de BCPST1 et prolongement aux équations différentielles scalaires autonome d'ordre 1 au programme de BCPST2.

BCPST1 - Équations différentielles linéaires simples.

- ① **Équations du premier ordre** : Résolution de $y' + a(t)y = f(t)$ où a et f sont des fonctions **continues** sur un intervalle. Principe de superposition, méthode de variation de la constante.
✍ « Pour toute autre équation différentielle du premier ordre, une méthode de résolution doit être fournie ».
- ② **Équations du second ordre** : Résolution de $ay'' + by' + cy = f(t)$ où a, b et c sont des réels avec $a \neq 0$ et f est une fonction continue sur un intervalle
✍ « La forme d'une solution particulière est donnée **sauf** lorsque f est une fonction constante ».

BCPST2 « Analyse 3 » - Équations différentielles scalaires autonome d'ordre 1

Il s'agit de résoudre des équations différentielles autonomes du type $y'(t) = F(y(t))$, F étant une fonction continue sur un intervalle et à valeurs réelles.

✍ « Aucune théorie générale ne doit être faite. Toute étude devra être entièrement guidée. On se limitera à des exemples issus de la biologie des populations ou de la cinétique chimique ».

Remarque : Les modèles malthusiens, logistiques, de Lotka-Volterra sont traités en devoir maison. Un exemple d'application en cinétique chimique a été traité dans le TD05.

BCPST2 - Lien avec l'informatique :

On saura programmer et mettre en pratique la méthode d'Euler explicite qui sera **systematiquement** demandée et exploitée sur un ordinateur au cours de la colle. [✍ *Lu au programme officiel* : « Dans un énoncé, la méthode d'Euler sera rappelée »].