

## - Programme de colle quinzaine 4... -

**Questions de cours :**

- **Q1** : Modéliser  $n$  tirages avec remise dans une urne contenant une proportion  $p$  de boules blanches et  $1 - p$  de boules rouges. Écrire une fonction renvoyant sous forme de liste les fréquences relatives du nombre de boules blanches obtenues au cours de  $m$  répétitions indépendantes ( $m \in \mathbb{N}^*$ ) de cette épreuve. Si  $X$  est une var égale au nombre de boules blanches, quelle est la loi de  $X$  ?
  
- **Q2** : Une urne contient des boules de trois couleurs différentes (blanches, rouges et vertes). Modéliser sous forme de liste  $n$  tirages avec remise dans cette urne.  
Déterminer grâce aux dénombrements la probabilité d'obtenir  $r_1$  boules blanches et  $r_2$  boules rouges (et donc  $n - r_1 - r_2$  vertes) à l'issue des  $n$  tirages précédents (on pourra supposer que l'urne contient  $N$  boules dont  $N_b$  sont blanches et  $N_r$  sont rouges).
  
- **Q3** : Modéliser des tirages successifs et sans remise de  $n$  boules dans une urne composée de  $N$  boules dont une proportion  $p$  est blanche et  $1 - p$  est rouge.

**Exercices - Équations différentielles**

Révisions du programme de BCPST1 et prolongement aux équations différentielles scalaires autonome d'ordre 1 au programme de BCPST2.

**BCPST1 - Équations différentielles linéaires simples.**

- ① **Équations du premier ordre** : Résolution de  $y' + a(t)y = f(t)$  où  $a$  et  $f$  sont des fonctions **continues** sur un intervalle. Principe de superposition, méthode de variation de la constante.  
✍ « Pour toute autre équation différentielle du premier ordre, une méthode de résolution doit être fournie ».
- ② **Équations du second ordre** : Résolution de  $ay'' + by' + cy = f(t)$  où  $a, b$  et  $c$  sont des réels avec  $a \neq 0$  et  $f$  est une fonction continue sur un intervalle  
✍ « La forme d'une solution particulière est donnée **sauf** lorsque  $f$  est une fonction constante ».

**BCPST2 « Analyse 3 » - Équations différentielles scalaires autonome d'ordre 1**

Il s'agit de résoudre des équations différentielles autonomes du type  $y'(t) = F(y(t))$ ,  $F$  étant une fonction continue sur un intervalle et à valeurs réelles.

✍ « Aucune théorie générale ne doit être faite. Toute étude devra être entièrement guidée. On se limitera à des exemples issus de la biologie des populations ou de la cinétique chimique ».

**Remarque** : Les modèles malthusiens, logistiques, de Lotka-Volterra sont traités en devoir maison. Un exemple d'application en cinétique chimique a été traité dans le TD05.

**BCPST2 - Lien avec l'informatique :**

On saura programmer et mettre en pratique la méthode d'Euler explicite qui sera **systématiquement** demandée et exploitée sur un ordinateur au cours de la colle. [✍ *Lu au programme officiel* : « Dans un énoncé, la méthode d'Euler sera rappelée »].