Echauffements

3 septembre 2023

Fiches d'échauffement

Table des matières

Négations

Les propositions suivantes sont elles vraies ? dans le cas contraire, énoncer leur négation :

- (P_1) : $\exists n \in \mathbb{N} / n^2 > 5$
- (P_2) : $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > 5$
- (P_3) : $\exists p \in \mathbb{N} / \forall n \in \mathbb{N}, p > n^2$
- (P_4) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \exists y \in \mathbb{R} / \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq y$:
- (P_5) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \forall (x, x') \in \mathbb{R}^2, x \neq x' \Rightarrow f(x) \neq f(x')$

Négations

Les propositions suivantes sont elles vraies ? dans le cas contraire, énoncer leur négation :

- (P_1) : $\exists n \in \mathbb{N} / n^2 > 5$; **VRAI**
- (P_2) : $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > 5$
- (P_3) : $\exists p \in \mathbb{N} / \forall n \in \mathbb{N}, p > n^2$
- (P_4) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \exists y \in \mathbb{R} / \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq y$:
- (P_5) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \forall (x, x') \in \mathbb{R}^2, x \neq x' \Rightarrow f(x) \neq f(x')$

Négations

Les propositions suivantes sont elles vraies ? dans le cas contraire, énoncer leur négation :

- (P_1) : $\exists n \in \mathbb{N} / n^2 > 5$; **VRAI**
- (P_2) : $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > 5$; **FAUX**.
  non(P_2) :
- (P_3) : $\exists p \in \mathbb{N} / \forall n \in \mathbb{N}, p > n^2$
- (P_4) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \exists y \in \mathbb{R} / \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq y$:
- (P_5) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \forall (x, x') \in \mathbb{R}^2, x \neq x' \Rightarrow f(x) \neq f(x')$

Négations

Les propositions suivantes sont elles vraies ? dans le cas contraire, énoncer leur négation :

- (P_1) : $\exists n \in \mathbb{N} / n^2 > 5$; **VRAI**
- (P_2) : $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > 5$; **FAUX**.
  non(P_2) : $\exists n \in \mathbb{N} / n^2 \leq 5$
- (P_3) : $\exists p \in \mathbb{N} / \forall n \in \mathbb{N}, p > n^2$
- (P_4) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \exists y \in \mathbb{R} / \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq y$:
- (P_5) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \forall (x, x') \in \mathbb{R}^2, x \neq x' \Rightarrow f(x) \neq f(x')$

Négations

Les propositions suivantes sont elles vraies ? dans le cas contraire, énoncer leur négation :

- (P_1) : $\exists n \in \mathbb{N} / n^2 > 5$; **VRAI**
- (P_2) : $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > 5$; **FAUX**.
  non(P_2) : $\exists n \in \mathbb{N} / n^2 \leq 5$
- (P_3) : $\exists p \in \mathbb{N} / \forall n \in \mathbb{N}, p > n^2$; **FAUX**.
  non(P_3) :
- (P_4) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \exists y \in \mathbb{R} / \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq y$:
- (P_5) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \forall (x, x') \in \mathbb{R}^2, x \neq x' \Rightarrow f(x) \neq f(x')$

Négations

Les propositions suivantes sont elles vraies ? dans le cas contraire, énoncer leur négation :

- (P_1) : $\exists n \in \mathbb{N} / n^2 > 5$; **VRAI**
- (P_2) : $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > 5$; **FAUX**.
  non(P_2) : $\exists n \in \mathbb{N} / n^2 \leq 5$
- (P_3) : $\exists p \in \mathbb{N} / \forall n \in \mathbb{N}, p > n^2$; **FAUX**.
  non(P_3) : $\forall p \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N} / p \leq n^2$
- (P_4) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \exists y \in \mathbb{R} / \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq y$:
- (P_5) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \forall (x, x') \in \mathbb{R}^2, x \neq x' \Rightarrow f(x) \neq f(x')$

Négations

Les propositions suivantes sont elles vraies ? dans le cas contraire, énoncer leur négation :

- (P_1) : $\exists n \in \mathbb{N}/n^2 > 5$; **VRAI**
- (P_2) : $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > 5$; **FAUX**.
  non(P_2) : $\exists n \in \mathbb{N}/n^2 \leq 5$
- (P_3) : $\exists p \in \mathbb{N}/\forall n \in \mathbb{N}, p > n^2$; **FAUX**.
  non(P_3) : $\forall p \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N}/p \leq n^2$
- (P_4) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \exists y \in \mathbb{R}/\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq y$: ; **FAUX**.
  non(P_4) :
- (P_5) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \forall (x, x') \in \mathbb{R}^2, x \neq x' \Rightarrow f(x) \neq f(x')$

Négations

Les propositions suivantes sont elles vraies ? dans le cas contraire, énoncer leur négation :

- (P_1) : $\exists n \in \mathbb{N} / n^2 > 5$; **VRAI**
- (P_2) : $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > 5$; **FAUX**.
  non(P_2) : $\exists n \in \mathbb{N} / n^2 \leq 5$
- (P_3) : $\exists p \in \mathbb{N} / \forall n \in \mathbb{N}, p > n^2$; **FAUX**.
  non(P_3) : $\forall p \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N} / p \leq n^2$
- (P_4) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \exists y \in \mathbb{R} / \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq y$: ; **FAUX**.
  non(P_4) : $\exists f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}} / \forall y \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, f(x) = y$
- (P_5) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \forall (x, x') \in \mathbb{R}^2, x \neq x' \Rightarrow f(x) \neq f(x')$

Négations

Les propositions suivantes sont elles vraies ? dans le cas contraire, énoncer leur négation :

- (P_1) : $\exists n \in \mathbb{N} / n^2 > 5$; **VRAI**
- (P_2) : $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > 5$; **FAUX**.
  non(P_2) : $\exists n \in \mathbb{N} / n^2 \leq 5$
- (P_3) : $\exists p \in \mathbb{N} / \forall n \in \mathbb{N}, p > n^2$; **FAUX**.
  non(P_3) : $\forall p \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N} / p \leq n^2$
- (P_4) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \exists y \in \mathbb{R} / \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq y$: ; **FAUX**.
  non(P_4) : $\exists f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}} / \forall y \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, f(x) = y$
- (P_5) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \forall (x, x') \in \mathbb{R}^2, x \neq x' \Rightarrow f(x) \neq f(x')$; **FAUX**.
  non(P_5) :

Négations

Les propositions suivantes sont elles vraies ? dans le cas contraire, énoncer leur négation :

- (P_1) : $\exists n \in \mathbb{N} / n^2 > 5$; **VRAI**
- (P_2) : $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > 5$; **FAUX**.
  non(P_2) : $\exists n \in \mathbb{N} / n^2 \leq 5$
- (P_3) : $\exists p \in \mathbb{N} / \forall n \in \mathbb{N}, p > n^2$; **FAUX**.
  non(P_3) : $\forall p \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N} / p \leq n^2$
- (P_4) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \exists y \in \mathbb{R} / \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq y$: ; **FAUX**.
  non(P_4) : $\exists f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}} / \forall y \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, f(x) = y$
- (P_5) : $\forall f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \forall (x, x') \in \mathbb{R}^2, x \neq x' \Rightarrow f(x) \neq f(x')$; **FAUX**.
  non(P_5) : $\exists f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}} / \exists (x, x') \in \mathbb{R}^2, x \neq x'$ et $f(x) = f(x')$

Ordre des quantificateurs

Soit $E = \{\text{exercices du T.D.1}\}$ et $B = \{\text{étudiants de BCPST2}\}$.
On considère la relation notée $P(x, y)$ qui désigne : x est résolu par y.
Soit les A, B, C et D les propositions suivantes :

- $A : \forall x \in E, \exists y \in B / P(x, y)$.
- $B : \exists y \in B / \forall x \in E, P(x, y)$.
- $C : \exists x \in E / \forall y \in B, P(x, y)$.
- $D : \forall y \in B, \exists x \in E / P(x, y)$.

Indiquez les propositions qui sont toujours vraies :

$A \Rightarrow B$?
$B \Rightarrow A$?
$C \Rightarrow D$?
$D \Rightarrow C$?

Ordre des quantificateurs

Soit $E = \{\text{exercices du T.D.1}\}$ et $B = \{\text{étudiants de BCPST2}\}$.
On considère la relation notée $P(x, y)$ qui désigne : x est résolu par y.
Soit les A, B, C et D les propositions suivantes :

- $A : \forall x \in E, \exists y \in B / P(x, y)$.
- $B : \exists y \in B / \forall x \in E, P(x, y)$.
- $C : \exists x \in E / \forall y \in B, P(x, y)$.
- $D : \forall y \in B, \exists x \in E / P(x, y)$.

Indiquez les propositions qui sont toujours vraies :
$A \Rightarrow B$?**Faux**
$B \Rightarrow A$?
$C \Rightarrow D$?
$D \Rightarrow C$?

Ordre des quantificateurs

Soit $E = \{\text{exercices du T.D.1}\}$ et $B = \{\text{étudiants de BCPST2}\}$.
On considère la relation notée $P(x, y)$ qui désigne : x est résolu par y.
Soit les A, B, C et D les propositions suivantes :

- $A : \forall x \in E, \exists y \in B / P(x, y)$.
- $B : \exists y \in B / \forall x \in E, P(x, y)$.
- $C : \exists x \in E / \forall y \in B, P(x, y)$.
- $D : \forall y \in B, \exists x \in E / P(x, y)$.

Indiquez les propositions qui sont toujours vraies :

$A \Rightarrow B$?**Faux**

$B \Rightarrow A$?**Vrai**

$C \Rightarrow D$?

$D \Rightarrow C$?

Ordre des quantificateurs

Soit $E = \{\text{exercices du T.D.1}\}$ et $B = \{\text{étudiants de BCPST2}\}$.
On considère la relation notée $P(x, y)$ qui désigne : x est résolu par y.
Soit les A, B, C et D les propositions suivantes :

- $A : \forall x \in E, \exists y \in B / P(x, y)$.
- $B : \exists y \in B / \forall x \in E, P(x, y)$.
- $C : \exists x \in E / \forall y \in B, P(x, y)$.
- $D : \forall y \in B, \exists x \in E / P(x, y)$.

Indiquez les propositions qui sont toujours vraies :
$A \Rightarrow B$?**Faux**
$B \Rightarrow A$?**Vrai**
$C \Rightarrow D$?**Vrai**
$D \Rightarrow C$?

Ordre des quantificateurs

Soit $E = \{\text{exercices du T.D.1}\}$ et $B = \{\text{étudiants de BCPST2}\}$.
On considère la relation notée $P(x, y)$ qui désigne : x est résolu par y.
Soit les A, B, C et D les propositions suivantes :

- $A : \forall x \in E, \exists y \in B / P(x, y)$.
- $B : \exists y \in B / \forall x \in E, P(x, y)$.
- $C : \exists x \in E / \forall y \in B, P(x, y)$.
- $D : \forall y \in B, \exists x \in E / P(x, y)$.

Indiquez les propositions qui sont toujours vraies :
$A \Rightarrow B$?**Faux**
$B \Rightarrow A$?**Vrai**
$C \Rightarrow D$?**Vrai**
$D \Rightarrow C$?**Faux**

Les connecteurs

1. $P \Rightarrow Q$ signifie « Q est vraie ou P est fausse »soit :
   $$\boxed{Q \textbf{ ou } nonP}$$
   - Sa négation est :
   - Sa contraposée est :
2. $P \Rightarrow Q$ se traduit par (Vrai/Faux) :
   - P implique Q, P donc Q ?
   - Il faut P pour avoir Q ?
   - Il suffit d'avoir P pour avoir Q ?
   - Il est nécessaire d'avoir P pour avoir Q ?
   - On a P si on a Q ?
   - On a P seulement si on a Q ?
3. Retrouvez les connecteurs en jeu dans :
   - P si et seulement si Q : « P si Q » : et « P seulement si Q » :
   - Il est nécessaire et suffisant d'avoir P pour avoir Q : « nécessaire » : et « suffisant » :

Les connecteurs

1. $P \Rightarrow Q$ signifie « Q est vraie ou P est fausse »soit :

$$\boxed{Q \textbf{ ou } nonP}$$

   - Sa négation est : $nonQ$ **et** P
   - Sa contraposée est :

2. $P \Rightarrow Q$ se traduit par (Vrai/Faux) :
   - P implique Q, P donc Q ?
   - Il faut P pour avoir Q ?
   - Il suffit d'avoir P pour avoir Q ?
   - Il est nécessaire d'avoir P pour avoir Q ?
   - On a P si on a Q ?
   - On a P seulement si on a Q ?

3. Retrouvez les connecteurs en jeu dans :
   - P si et seulement si Q : « P si Q » : et « P seulement si Q » :
   - Il est nécessaire et suffisant d'avoir P pour avoir Q : « nécessaire » : et « suffisant » :

Les connecteurs

1. $P \Rightarrow Q$ signifie « Q est vraie ou P est fausse »soit :

$$\boxed{Q \textbf{ ou } nonP}$$

   - Sa négation est : $nonQ$ **et** P
   - Sa contraposée est : $nonQ \Rightarrow nonP$
2. $P \Rightarrow Q$ se traduit par (Vrai/Faux) :
   - P implique Q, P donc Q ?
   - Il faut P pour avoir Q ?
   - Il suffit d'avoir P pour avoir Q ?
   - Il est nécessaire d'avoir P pour avoir Q ?
   - On a P si on a Q ?
   - On a P seulement si on a Q ?
3. Retrouvez les connecteurs en jeu dans :
   - P si et seulement si Q : « P si Q » : et « P seulement si Q » :
   - Il est nécessaire et suffisant d'avoir P pour avoir Q : « nécessaire » : et « suffisant » :

Les connecteurs

1. $P \Rightarrow Q$ signifie « Q est vraie ou P est fausse »soit :
   $$\boxed{Q \textbf{ ou } nonP}$$
   - Sa négation est : $nonQ$ **et** P
   - Sa contraposée est : $nonQ \Rightarrow nonP$
2. $P \Rightarrow Q$ se traduit par (Vrai/Faux) :
   - P implique Q, P donc Q ?
   - Il faut P pour avoir Q ?
   - Il suffit d'avoir P pour avoir Q ?
   - Il est nécessaire d'avoir P pour avoir Q ?
   - On a P si on a Q ?
   - On a P seulement si on a Q ?
3. Retrouvez les connecteurs en jeu dans :
   - P si et seulement si Q : « P si Q » : et « P seulement si Q » :
   - Il est nécessaire et suffisant d'avoir P pour avoir Q : « nécessaire » : et « suffisant » :

Les connecteurs

1. $P \Rightarrow Q$ signifie « Q est vraie ou P est fausse »soit :

$$\boxed{Q \text{ ou } nonP}$$

   - Sa négation est : $nonQ$ **et** P
   - Sa contraposée est : $nonQ \Rightarrow nonP$

2. $P \Rightarrow Q$ se traduit par (Vrai/Faux) :
   - P implique Q, P donc Q ? **Vrai**
   - Il faut P pour avoir Q ?
   - Il suffit d'avoir P pour avoir Q ?
   - Il est nécessaire d'avoir P pour avoir Q ?
   - On a P si on a Q ?
   - On a P seulement si on a Q ?

3. Retrouvez les connecteurs en jeu dans :
   - P si et seulement si Q : « P si Q » : et « P seulement si Q » :
   - Il est nécessaire et suffisant d'avoir P pour avoir Q : « nécessaire » : et « suffisant » :

Les connecteurs

1. $P \Rightarrow Q$ signifie « Q est vraie ou P est fausse »soit :

$$\boxed{Q \textbf{ ou } nonP}$$

   - Sa négation est : $nonQ$ **et** P
   - Sa contraposée est : $nonQ \Rightarrow nonP$

2. $P \Rightarrow Q$ se traduit par (Vrai/Faux) :
   - P implique Q, P donc Q ? **Vrai**
   - Il faut P pour avoir Q ? **Faux**
   - Il suffit d'avoir P pour avoir Q ?
   - Il est nécessaire d'avoir P pour avoir Q ?
   - On a P si on a Q ?
   - On a P seulement si on a Q ?

3. Retrouvez les connecteurs en jeu dans :
   - P si et seulement si Q : « P si Q » : et « P seulement si Q » :
   - Il est nécessaire et suffisant d'avoir P pour avoir Q : « nécessaire » : et « suffisant » :

Les connecteurs

1. $P \Rightarrow Q$ signifie « Q est vraie ou P est fausse »soit :

$$\boxed{Q \textbf{ ou } nonP}$$

   - Sa négation est : $nonQ$ **et** P
   - Sa contraposée est : $nonQ \Rightarrow nonP$

2. $P \Rightarrow Q$ se traduit par (Vrai/Faux) :
   - P implique Q, P donc Q ? **Vrai**
   - Il faut P pour avoir Q ? **Faux**
   - Il suffit d'avoir P pour avoir Q ? **Vrai**
   - Il est nécessaire d'avoir P pour avoir Q ?
   - On a P si on a Q ?
   - On a P seulement si on a Q ?

3. Retrouvez les connecteurs en jeu dans :
   - P si et seulement si Q : « P si Q » : et « P seulement si Q » :
   - Il est nécessaire et suffisant d'avoir P pour avoir Q : « nécessaire » : et « suffisant » :

Les connecteurs

1. $P \Rightarrow Q$ signifie « Q est vraie ou P est fausse »soit :

$$\boxed{Q \text{ **ou** } nonP}$$

   - Sa négation est : *nonQ* **et** P
   - Sa contraposée est : $nonQ \Rightarrow nonP$

2. $P \Rightarrow Q$ se traduit par (Vrai/Faux) :
   - P implique Q, P donc Q ? **Vrai**
   - Il faut P pour avoir Q ? **Faux**
   - Il suffit d'avoir P pour avoir Q ? **Vrai**
   - Il est nécessaire d'avoir P pour avoir Q ? **Faux**
   - On a P si on a Q ?
   - On a P seulement si on a Q ?

3. Retrouvez les connecteurs en jeu dans :
   - P si et seulement si Q : « P si Q » : et « P seulement si Q » :
   - Il est nécessaire et suffisant d'avoir P pour avoir Q : « nécessaire » : et « suffisant » :

Les connecteurs

1. $P \Rightarrow Q$ signifie « Q est vraie ou P est fausse »soit :

$$\boxed{Q \text{ ou } nonP}$$

   - Sa négation est : $nonQ$ **et** P
   - Sa contraposée est : $nonQ \Rightarrow nonP$

2. $P \Rightarrow Q$ se traduit par (Vrai/Faux) :
   - P implique Q, P donc Q ? **Vrai**
   - Il faut P pour avoir Q ? **Faux**
   - Il suffit d'avoir P pour avoir Q ? **Vrai**
   - Il est nécessaire d'avoir P pour avoir Q ? **Faux**
   - On a P si on a Q ? **Faux**
   - On a P seulement si on a Q ?

3. Retrouvez les connecteurs en jeu dans :
   - P si et seulement si Q : « P si Q » : et « P seulement si Q » :
   - Il est nécessaire et suffisant d'avoir P pour avoir Q : « nécessaire » : et « suffisant » :

Les connecteurs

1. $P \Rightarrow Q$ signifie « Q est vraie ou P est fausse »soit :
$$\boxed{Q \textbf{ ou } nonP}$$
   - Sa négation est : $nonQ$ **et** P
   - Sa contraposée est : $nonQ \Rightarrow nonP$
2. $P \Rightarrow Q$ se traduit par (Vrai/Faux) :
   - P implique Q, P donc Q ? **Vrai**
   - Il faut P pour avoir Q ? **Faux**
   - Il suffit d'avoir P pour avoir Q ? **Vrai**
   - Il est nécessaire d'avoir P pour avoir Q ? **Faux**
   - On a P si on a Q ? **Faux**
   - On a P seulement si on a Q ? **Vrai**
3. Retrouvez les connecteurs en jeu dans :
   - P si et seulement si Q : « P si Q » : et « P seulement si Q » :
   - Il est nécessaire et suffisant d'avoir P pour avoir Q : « nécessaire » : et « suffisant » :

Les connecteurs

1. $P \Rightarrow Q$ signifie « Q est vraie ou P est fausse »soit :
$$\boxed{Q \textbf{ ou } nonP}$$
   - Sa négation est : $nonQ$ **et** P
   - Sa contraposée est : $nonQ \Rightarrow nonP$
2. $P \Rightarrow Q$ se traduit par (Vrai/Faux) :
   - P implique Q, P donc Q ? **Vrai**
   - Il faut P pour avoir Q ? **Faux**
   - Il suffit d'avoir P pour avoir Q ? **Vrai**
   - Il est nécessaire d'avoir P pour avoir Q ? **Faux**
   - On a P si on a Q ? **Faux**
   - On a P seulement si on a Q ? **Vrai**
3. Retrouvez les connecteurs en jeu dans :
   - P si et seulement si Q : « P si Q » : et « P seulement si Q » :
   - Il est nécessaire et suffisant d'avoir P pour avoir Q : « nécessaire » : et « suffisant » :

Les connecteurs

1. $P \Rightarrow Q$ signifie « Q est vraie ou P est fausse »soit :

$$\boxed{Q \textbf{ ou } nonP}$$

   - Sa négation est : $nonQ$ **et** P
   - Sa contraposée est : $nonQ \Rightarrow nonP$

2. $P \Rightarrow Q$ se traduit par (Vrai/Faux) :
   - P implique Q, P donc Q ? **Vrai**
   - Il faut P pour avoir Q ? **Faux**
   - Il suffit d'avoir P pour avoir Q ? **Vrai**
   - Il est nécessaire d'avoir P pour avoir Q ? **Faux**
   - On a P si on a Q ? **Faux**
   - On a P seulement si on a Q ? **Vrai**

3. Retrouvez les connecteurs en jeu dans :
   - P si et seulement si Q : « P si Q » : $Q \Rightarrow P$ et « P seulement si Q » :
   - Il est nécessaire et suffisant d'avoir P pour avoir Q : « nécessaire » : et « suffisant » :

Les connecteurs

1. $P \Rightarrow Q$ signifie « Q est vraie ou P est fausse »soit :

   $$\boxed{Q \textbf{ ou } nonP}$$

   - Sa négation est : $nonQ$ **et** P
   - Sa contraposée est : $nonQ \Rightarrow nonP$
2. $P \Rightarrow Q$ se traduit par (Vrai/Faux) :
   - P implique Q, P donc Q ? **Vrai**
   - Il faut P pour avoir Q ? **Faux**
   - Il suffit d'avoir P pour avoir Q ? **Vrai**
   - Il est nécessaire d'avoir P pour avoir Q ? **Faux**
   - On a P si on a Q ? **Faux**
   - On a P seulement si on a Q ? **Vrai**
3. Retrouvez les connecteurs en jeu dans :
   - P si et seulement si Q : « P si Q » : $Q \Rightarrow P$ et « P seulement si Q » : $P \Rightarrow Q$
   - Il est nécessaire et suffisant d'avoir P pour avoir Q : « nécessaire » : et « suffisant » :

Les connecteurs

1. $P \Rightarrow Q$ signifie « Q est vraie ou P est fausse »soit :
$$\boxed{Q \textbf{ ou } nonP}$$
   - Sa négation est : $nonQ$ **et** P
   - Sa contraposée est : $nonQ \Rightarrow nonP$
2. $P \Rightarrow Q$ se traduit par (Vrai/Faux) :
   - P implique Q, P donc Q ? **Vrai**
   - Il faut P pour avoir Q ? **Faux**
   - Il suffit d'avoir P pour avoir Q ? **Vrai**
   - Il est nécessaire d'avoir P pour avoir Q ? **Faux**
   - On a P si on a Q ? **Faux**
   - On a P seulement si on a Q ? **Vrai**
3. Retrouvez les connecteurs en jeu dans :
   - P si et seulement si Q : « P si Q » : $Q \Rightarrow P$ et « P seulement si Q » : $P \Rightarrow Q$
   - Il est nécessaire et suffisant d'avoir P pour avoir Q : « nécessaire » :$Q \Rightarrow P$ et « suffisant » :

Les connecteurs

1. $P \Rightarrow Q$ signifie « Q est vraie ou P est fausse »soit :

   $$\boxed{Q \textbf{ ou } nonP}$$

   - Sa négation est : $nonQ$ **et** P
   - Sa contraposée est : $nonQ \Rightarrow nonP$

2. $P \Rightarrow Q$ se traduit par (Vrai/Faux) :
   - P implique Q, P donc Q ? **Vrai**
   - Il faut P pour avoir Q ? **Faux**
   - Il suffit d'avoir P pour avoir Q ? **Vrai**
   - Il est nécessaire d'avoir P pour avoir Q ? **Faux**
   - On a P si on a Q ? **Faux**
   - On a P seulement si on a Q ? **Vrai**

3. Retrouvez les connecteurs en jeu dans :
   - P si et seulement si Q : « P si Q » : $Q \Rightarrow P$ et « P seulement si Q » : $P \Rightarrow Q$
   - Il est nécessaire et suffisant d'avoir P pour avoir Q : « nécessaire » :$Q \Rightarrow P$ et « suffisant » : $P \Rightarrow Q$

Les principaux modes de raisonnement

- **le raisonnement déductif**. Montrer que il est suffisant que n soit pair pour que n^2 soit pair.
- **le raisonnement par contraposition**. Montrer qu'il est nécessaire que n soit pair pour que n^2 soit pair.
- **le raisonnement par l'absurde**. Montrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel.
- **le raisonnement par récurrence**. Montrer que $$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Eléments de langage symbolique

Soit E et F deux ensembles, f et g deux applications de E dans F.
Traduire :

- $A \subset E$:
- A n'est pas inclus dans E :
- $z \in E \times F$:
- $f = g$:
- $f \neq g$:
- $y \in f(A)$:
- $x \in f^{-1}(B)$:

Eléments de langage symbolique

Soit E et F deux ensembles, f et g deux applications de E dans F. Traduire :

- $A \subset E$: $\forall x, x \in A \Rightarrow x \in E$
- A n'est pas inclus dans E :
- $z \in E \times F$:
- $f = g$:
- $f \neq g$:
- $y \in f(A)$:
- $x \in f^{-1}(B)$:

Eléments de langage symbolique

Soit E et F deux ensembles, f et g deux applications de E dans F.
Traduire :

- $A \subset E$: $\forall x, x \in A \Rightarrow x \in E$
- A n'est pas inclus dans E :$\exists x / x \in A$ et $x \notin E$
- $z \in E \times F$:
- $f = g$:
- $f \neq g$:
- $y \in f(A)$:
- $x \in f^{-1}(B)$:

Eléments de langage symbolique

Soit E et F deux ensembles, f et g deux applications de E dans F.
Traduire :

- $A \subset E$: $\forall x, x \in A \Rightarrow x \in E$
- A n'est pas inclus dans E :$\exists x / x \in A$ et $x \notin E$
- $z \in E \times F$:$\exists x \in E$ et $\exists y \in F / z = (x, y)$
- $f = g$:
- $f \neq g$:
- $y \in f(A)$:
- $x \in f^{-1}(B)$:

Eléments de langage symbolique

Soit E et F deux ensembles, f et g deux applications de E dans F.
Traduire :

- $A \subset E$: $\forall x, x \in A \Rightarrow x \in E$
- A n'est pas inclus dans E :$\exists x / x \in A$ et $x \notin E$
- $z \in E \times F$:$\exists x \in E$ et $\exists y \in F / z = (x, y)$
- $f = g$:$\forall x \in E, f(x) = g(x)$
- $f \neq g$:
- $y \in f(A)$:
- $x \in f^{-1}(B)$:

Eléments de langage symbolique

Soit E et F deux ensembles, f et g deux applications de E dans F.
Traduire :

- $A \subset E$: $\forall x, x \in A \Rightarrow x \in E$
- A n'est pas inclus dans E :$\exists x / x \in A$ et $x \notin E$
- $z \in E \times F$:$\exists x \in E$ et $\exists y \in F / z = (x, y)$
- $f = g$:$\forall x \in E, f(x) = g(x)$
- $f \neq g$:$\exists x \in E / f(x) \neq g(x)$
- $y \in f(A)$:
- $x \in f^{-1}(B)$:

Eléments de langage symbolique

Soit E et F deux ensembles, f et g deux applications de E dans F.
Traduire :

- $A \subset E$: $\forall x, x \in A \Rightarrow x \in E$
- A n'est pas inclus dans E :$\exists x / x \in A$ et $x \notin E$
- $z \in E \times F$:$\exists x \in E$ et $\exists y \in F / z = (x, y)$
- $f = g$:$\forall x \in E, f(x) = g(x)$
- $f \neq g$:$\exists x \in E / f(x) \neq g(x)$
- $y \in f(A)$:$\exists x \in A / f(x) = y$
- $x \in f^{-1}(B)$:

Eléments de langage symbolique

Soit E et F deux ensembles, f et g deux applications de E dans F. Traduire :

- $A \subset E$: $\forall x, x \in A \Rightarrow x \in E$
- A n'est pas inclus dans E :$\exists x / x \in A$ et $x \notin E$
- $z \in E \times F$:$\exists x \in E$ et $\exists y \in F / z = (x, y)$
- $f = g$:$\forall x \in E, f(x) = g(x)$
- $f \neq g$:$\exists x \in E / f(x) \neq g(x)$
- $y \in f(A)$:$\exists x \in A / f(x) = y$
- $x \in f^{-1}(B)$:$f(x) \in B$

Injectivité/surjectivité/bijectivité

Soit $f \in \mathcal{A}(E, F)$. Comment montrez-vous que :

- f est **injective** :
- f est **surjective** :
- f est **bijective** :

Injectivité/surjectivité/bijectivité

Soit $f \in \mathcal{A}(E, F)$. Comment montrez-vous que :

- f est **injective** : Tout élément de l'ensemble d'arrivée possède **au plus** un antécédant ou encore
$$\forall (x, x') \in E^2, f(x) = f(x') \Rightarrow x = x'$$
- f est **surjective** :
- f est **bijective** :

Injectivité/surjectivité/bijectivité

Soit $f \in \mathcal{A}(E, F)$. Comment montrez-vous que :

- f est **injective** : Tout élément de l'ensemble d'arrivée possède **au plus** un antécédant ou encore
$$\forall (x, x') \in E^2, f(x) = f(x') \Rightarrow x = x'$$
- f est **surjective** : Tout élément de l'ensemble d'arrivée possède **au moins** un antécédant ou $f(E) = F$ ou encore
$$\forall y \in F, \exists x \in E / f(x) = y$$
- f est **bijective** :

Injectivité/surjectivité/bijectivité

Soit $f \in \mathcal{A}(E, F)$. Comment montrez-vous que :

- f est **injective** : Tout élément de l'ensemble d'arrivée possède **au plus** un antécédant ou encore
$$\forall (x, x') \in E^2, f(x) = f(x') \Rightarrow x = x'$$
- f est **surjective** : Tout élément de l'ensemble d'arrivée possède **au moins** un antécédant ou $f(E) = F$ ou encore
$$\forall y \in F, \exists x \in E / f(x) = y$$
- f est **bijective** : f est à la fois injective et surjective. Tout élément de l'ensemble d'arrivée possède **un unique** antécédant ou encore
$$\forall y \in F, \exists! x \in E / f(x) = y$$

Injectivité/surjectivité/bijectivité

Soit $f \in \mathcal{A}(E, F)$. Comment montrez-vous que :

- f est **injective** : Tout élément de l'ensemble d'arrivée possède **au plus** un antécédant ou encore
$$\forall (x, x') \in E^2, f(x) = f(x') \Rightarrow x = x'$$
- f est **surjective** : Tout élément de l'ensemble d'arrivée possède **au moins** un antécédant ou $f(E) = F$ ou encore
$$\forall y \in F, \exists x \in E / f(x) = y$$
- f est **bijective** : f est à la fois injective et surjective. Tout élément de l'ensemble d'arrivée possède **un unique** antécédant ou encore
$$\forall y \in F, \exists ! x \in E / f(x) = y$$

Ne pas oublier : f est bijective si et seulement si :
$\exists g \in \mathcal{A}(F, E) / g \circ f = id_E$ et $f \circ g = id_F$.
g est alors unique, bijective, on la note f^{-1}.

Sommes des termes d'une suite numérique usuelle

- Cas d'une suite géométrique définie par $u = (q^n)_{n\in\mathbb{N}}$

$$\sum_{k=1}^{n} u_k =$$

$$\sum_{k=0}^{n} u_k =$$

- Cas d'une suite arithmétique définie par $u = (u_0 + nr)_{n\in\mathbb{N}}$

$$\sum_{k=0}^{n} u_k =$$

$$\sum_{k=a}^{b} u_k =$$

Application : $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k =$

Sommes des termes d'une suite numérique usuelle

- Cas d'une suite géométrique définie par $u = (q^n)_{n\in\mathbb{N}}$

$$\sum_{k=1}^{n} u_k = q\frac{1-q^n}{1-q}$$

$$\sum_{k=0}^{n} u_k =$$

- Cas d'une suite arithmétique définie par $u = (u_0 + nr)_{n\in\mathbb{N}}$

$$\sum_{k=0}^{n} u_k =$$

$$\sum_{k=a}^{b} u_k =$$

Application : $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k =$

Sommes des termes d'une suite numérique usuelle

- Cas d'une suite géométrique définie par $u = (q^n)_{n \in \mathbb{N}}$

$$\sum_{k=1}^{n} u_k = q \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

$$\sum_{k=0}^{n} u_k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

- Cas d'une suite arithmétique définie par $u = (u_0 + nr)_{n \in \mathbb{N}}$

$$\sum_{k=0}^{n} u_k =$$

$$\sum_{k=a}^{b} u_k =$$

Application : $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k =$

Sommes des termes d'une suite numérique usuelle

- Cas d'une suite géométrique définie par $u = (q^n)_{n\in\mathbb{N}}$
$$\sum_{k=1}^{n} u_k = q\frac{1-q^n}{1-q}$$
$$\sum_{k=0}^{n} u_k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$
- Cas d'une suite arithmétique définie par $u = (u_0 + nr)_{n\in\mathbb{N}}$
$$\sum_{k=0}^{n} u_k = (n+1)\frac{u_0+u_n}{2}$$
$$\sum_{k=a}^{b} u_k =$$

Application : $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k =$

Sommes des termes d'une suite numérique usuelle

- Cas d'une suite géométrique définie par $u = (q^n)_{n\in\mathbb{N}}$

$$\sum_{k=1}^{n} u_k = q\frac{1-q^n}{1-q}$$

$$\sum_{k=0}^{n} u_k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

- Cas d'une suite arithmétique définie par $u = (u_0 + nr)_{n\in\mathbb{N}}$

$$\sum_{k=0}^{n} u_k = (n+1)\frac{u_0+u_n}{2}$$

$$\sum_{k=a}^{b} u_k = (b-a+1)\frac{u_a+u_b}{2}$$

Application : $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k =$

Sommes des termes d'une suite numérique usuelle

- Cas d'une suite géométrique définie par $u = (q^n)_{n\in\mathbb{N}}$

$$\sum_{k=1}^{n} u_k = q\frac{1-q^n}{1-q}$$

$$\sum_{k=0}^{n} u_k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

- Cas d'une suite arithmétique définie par $u = (u_0 + nr)_{n\in\mathbb{N}}$

$$\sum_{k=0}^{n} u_k = (n+1)\frac{u_0+u_n}{2}$$

$$\sum_{k=a}^{b} u_k = (b-a+1)\frac{u_a+u_b}{2}$$

Application : $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$

Manipulation des sommes

Effectuer les changements d'indice proposés :

- $\underline{j = i+1}$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} u_{i+1} = \sum_{j=} u$
- $\underline{j = i+2}$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} u_{i} = \sum_{j=} u$
- $\underline{j = n-i}$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} u_{n-i} = \sum_{j=} u$
- $\underline{j = i-1}$: $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \binom{n-1}{i-1} = \sum_{j=}$

Manipulation des sommes

Effectuer les changements d'indice proposés :

- $\underline{j = i+1}$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} u_{i+1} = \sum_{j=1}^{n+1} u_j$
- $\underline{j = i+2}$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} u_{i} = \sum_{j=} u$
- $\underline{j = n-i}$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} u_{n-i} = \sum_{j=} u$
- $\underline{j = i-1}$: $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \binom{n-1}{i-1} = \sum_{j=}$

Manipulation des sommes

Effectuer les changements d'indice proposés :

- $\underline{j = i+1}$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} u_{i+1} = \sum_{j=1}^{n+1} u_j$
- $\underline{j = i+2}$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} u_i = \sum_{j=2}^{n+2} u_{j-2}$
- $\underline{j = n-i}$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} u_{n-i} = \sum_{j=} u$
- $\underline{j = i-1}$: $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \binom{n-1}{i-1} = \sum_{j=}$

Manipulation des sommes

Effectuer les changements d'indice proposés :

- $\underline{j = i+1}$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} u_{i+1} = \sum_{j=1}^{n+1} u_j$
- $\underline{j = i+2}$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} u_{i} = \sum_{j=2}^{n+2} u_{j-2}$
- $\underline{j = n-i}$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} u_{n-i} = \sum_{j=0}^{n} u_j$
- $\underline{j = i-1}$: $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \binom{n-1}{i-1} = \sum_{j=}$

Manipulation des sommes

Effectuer les changements d'indice proposés :

- $\underline{j = i+1}$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} u_{i+1} = \sum_{j=1}^{n+1} u_j$
- $\underline{j = i+2}$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} u_{i} = \sum_{j=2}^{n+2} u_{j-2}$
- $\underline{j = n-i}$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} u_{n-i} = \sum_{j=0}^{n} u_j$
- $\underline{j = i-1}$: $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \binom{n-1}{i-1} = \sum_{j=0}^{n-1} \binom{n-1}{j} =$

Manipulation des sommes

Effectuer les changements d'indice proposés :

- $\underline{j = i+1}$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} u_{i+1} = \sum_{j=1}^{n+1} u_j$
- $\underline{j = i+2}$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} u_{i} = \sum_{j=2}^{n+2} u_{j-2}$
- $\underline{j = n-i}$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} u_{n-i} = \sum_{j=0}^{n} u_j$
- $\underline{j = i-1}$: $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \binom{n-1}{i-1} = \sum_{j=0}^{n-1} \binom{n-1}{j} = 2^{n-1}$

identité remarquable

Soient n un entier naturel non nul, a et b deux complexes, on a :
$a^n - b^n = (a-b) \times \dots$

1. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} a^{n-1-k} b^k$?
2. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} a^k b^{n-k}$?
3. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{k}{n} a^k b^{n-k}$?
4. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$?

identité remarquable

Soient n un entier naturel non nul, a et b deux complexes, on a :
$a^n - b^n = (a-b) \times \ldots$

1. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} a^{n-1-k} b^k$? **Vrai**
2. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} a^k b^{n-k}$?
3. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{k}{n} a^k b^{n-k}$?
4. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$?

identité remarquable

Soient n un entier naturel non nul, a et b deux complexes, on a :
$a^n - b^n = (a-b) \times \ldots$

1. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} a^{n-1-k} b^k$? **Vrai**
2. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} a^k b^{n-k}$? **Faux**
3. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{k}{n} a^k b^{n-k}$?
4. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$?

identité remarquable

Soient n un entier naturel non nul, a et b deux complexes, on a :
$a^n - b^n = (a-b) \times \dots$

1. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} a^{n-1-k} b^k$? **Vrai**
2. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} a^k b^{n-k}$? **Faux**
3. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{k}{n} a^k b^{n-k}$? **Faux**
4. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$?

identité remarquable

Soient n un entier naturel non nul, a et b deux complexes, on a :
$a^n - b^n = (a-b) \times \ldots$

1. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} a^{n-1-k} b^k$? **Vrai**
2. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} a^k b^{n-k}$? **Faux**
3. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{k}{n} a^k b^{n-k}$? **Faux**
4. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$? **Faux**

Binôme de Newton

Rappel : $\forall (a,b) \in \mathbb{C}^2, n \in \mathbb{N}^*, (a+b)^n =$

Applications :

- $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} =$; $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k =$
- $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 2^k =$; $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} 2^k =$;
  $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{2^k} \binom{n}{k} =$
- $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k \binom{n}{k} =$; $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} \binom{n}{k} =$
- $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k} =$

Binôme de Newton

Rappel : $\forall (a,b) \in \mathbb{C}^2, n \in \mathbb{N}^*, (a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

Applications :

- $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} =$; $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k =$
- $\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 2^k =$; $\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} 2^k =$;
  $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{2^k} \binom{n}{k} =$
- $\sum_{k=0}^{n} k \binom{n}{k} =$; $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} \binom{n}{k} =$
- $\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k} =$

Binôme de Newton

Rappel : $\forall (a,b) \in \mathbb{C}^2, n \in \mathbb{N}^*, (a+b)^n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

Applications :

- $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$; $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k =$
- $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 2^k =$; $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} 2^k =$;
  $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{2^k} \binom{n}{k} =$
- $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k \binom{n}{k} =$; $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} \binom{n}{k} =$
- $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k} =$

Binôme de Newton

Rappel : $\forall (a,b) \in \mathbb{C}^2, n \in \mathbb{N}^*, (a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

Applications :

- $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$; $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k = (a+1)^n$
- $\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 2^k =$; $\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} 2^k =$;

  $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{2^k} \binom{n}{k} =$
- $\sum_{k=0}^{n} k \binom{n}{k} =$; $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} \binom{n}{k} =$
- $\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k} =$

Binôme de Newton

Rappel : $\forall (a,b) \in \mathbb{C}^2, n \in \mathbb{N}^*, (a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

Applications :

- $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$; $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k = (a+1)^n$
- $\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 2^k = 3^n - 1$; $\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} 2^k =$;
  $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{2^k} \binom{n}{k} =$
- $\sum_{k=0}^{n} k \binom{n}{k} =$; $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} \binom{n}{k} =$
- $\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k} =$

Binôme de Newton

Rappel : $\forall (a,b) \in \mathbb{C}^2, n \in \mathbb{N}^*, (a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

Applications :

- $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$; $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k = (a+1)^n$
- $\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 2^k = 3^n - 1$; $\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} 2^k = 3^n - 2^n$;
  $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{2^k} \binom{n}{k} =$
- $\sum_{k=0}^{n} k \binom{n}{k} =$; $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} \binom{n}{k} =$
- $\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k} =$

Binôme de Newton

Rappel : $\forall (a,b) \in \mathbb{C}^2, n \in \mathbb{N}^*, (a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

Applications :

- $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$; $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k = (a+1)^n$
- $\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 2^k = 3^n - 1$; $\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} 2^k = 3^n - 2^n$;
  $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{2^k} \binom{n}{k} = \left(\frac{3}{2}\right)^n$
- $\sum_{k=0}^{n} k \binom{n}{k} =$; $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} \binom{n}{k} =$
- $\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k} =$

Binôme de Newton

Rappel : $\forall (a,b) \in \mathbb{C}^2, n \in \mathbb{N}^*, (a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

Applications :

- $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$; $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k = (a+1)^n$
- $\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 2^k = 3^n - 1$; $\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} 2^k = 3^n - 2^n$;
  $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{2^k} \binom{n}{k} = \left(\frac{3}{2}\right)^n$
- $\sum_{k=0}^{n} k \binom{n}{k} = n2^{n-1}$; $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} \binom{n}{k} =$
- $\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k} =$

Binôme de Newton

Rappel : $\forall (a,b) \in \mathbb{C}^2, n \in \mathbb{N}^*, (a+b)^n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

Applications :

- $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$; $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k = (a+1)^n$
- $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 2^k = 3^n - 1$; $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} 2^k = 3^n - 2^n$;
  $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{2^k} \binom{n}{k} = \left(\frac{3}{2}\right)^n$
- $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k \binom{n}{k} = n2^{n-1}$; $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} \binom{n}{k} = \frac{2^{n+1}-1}{n+1}$
- $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k} =$

Binôme de Newton

Rappel : $\forall (a,b) \in \mathbb{C}^2, n \in \mathbb{N}^*, (a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

Applications :

- $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$; $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k = (a+1)^n$
- $\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 2^k = 3^n - 1$; $\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} 2^k = 3^n - 2^n$;
  $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{2^k} \binom{n}{k} = \left(\frac{3}{2}\right)^n$
- $\sum_{k=0}^{n} k \binom{n}{k} = n2^{n-1}$; $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} \binom{n}{k} = \frac{2^{n+1}-1}{n+1}$
- $\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k} = \sum_{k=0}^{n} [k(k-1)+k] \binom{n}{k} =$

Binôme de Newton

Rappel : $\forall (a,b) \in \mathbb{C}^2, n \in \mathbb{N}^*, (a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

Applications :

- $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$; $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k = (a+1)^n$
- $\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 2^k = 3^n - 1$; $\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} 2^k = 3^n - 2^n$;
  $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{2^k} \binom{n}{k} = \left(\frac{3}{2}\right)^n$
- $\sum_{k=0}^{n} k \binom{n}{k} = n2^{n-1}$; $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} \binom{n}{k} = \frac{2^{n+1}-1}{n+1}$
- $\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k} = \sum_{k=0}^{n} [k(k-1)+k] \binom{n}{k} = n(n+1)2^{n-2}$

Manipulation des sommes (suite)

- $$\sum_{k=1}^{n} u_k + \sum_{k=n+1}^{2n} u_k = \sum_{k=} u_k$$
- $$\sum_{k=1}^{n} u_{2k} + \sum_{k=0}^{n} u_{2k+1} = \sum_{k=} u_k$$
  $$\sum_{k=1}^{n} u_{2k} - \sum_{k=0}^{n} u_{2k+1} = \sum_{k=1}^{2n+1}$$

Calculer $A_n = \displaystyle\sum_{0 \leq 2k \leq n} \binom{n}{2k}$ et $B_n = \displaystyle\sum_{0 \leq 2k+1 \leq n} \binom{n}{2k+1}$:

Manipulation des sommes (suite)

- $$\sum_{k=1}^{n} u_k + \sum_{k=n+1}^{2n} u_k = \sum_{k=1}^{2n} u_k$$
- $$\sum_{k=1}^{n} u_{2k} + \sum_{k=0}^{n} u_{2k+1} = \sum_{k=} u_k$$
  $$\sum_{k=1}^{n} u_{2k} - \sum_{k=0}^{n} u_{2k+1} = \sum_{k=1}^{2n+1}$$

Calculer $A_n = \displaystyle\sum_{0 \leq 2k \leq n} \binom{n}{2k}$ et $B_n = \displaystyle\sum_{0 \leq 2k+1 \leq n} \binom{n}{2k+1}$:

Manipulation des sommes (suite)

- $$\sum_{k=1}^{n} u_k + \sum_{k=n+1}^{2n} u_k = \sum_{k=1}^{2n} u_k$$
- $$\sum_{k=1}^{n} u_{2k} + \sum_{k=0}^{n} u_{2k+1} = \sum_{k=1}^{2n+1} u_k$$
  $$\sum_{k=1}^{n} u_{2k} - \sum_{k=0}^{n} u_{2k+1} = \sum_{k=1}^{2n+1}$$

Calculer $A_n = \sum_{0 \leq 2k \leq n} \binom{n}{2k}$ et $B_n = \sum_{0 \leq 2k+1 \leq n} \binom{n}{2k+1}$:

Manipulation des sommes (suite)

- $$\sum_{k=1}^{n} u_k + \sum_{k=n+1}^{2n} u_k = \sum_{k=1}^{2n} u_k$$
- $$\sum_{k=1}^{n} u_{2k} + \sum_{k=0}^{n} u_{2k+1} = \sum_{k=1}^{2n+1} u_k$$
  $$\sum_{k=1}^{n} u_{2k} - \sum_{k=0}^{n} u_{2k+1} = \sum_{k=1}^{2n+1} (-1)^k u_k$$

Calculer $A_n = \displaystyle\sum_{0 \leq 2k \leq n} \binom{n}{2k}$ et $B_n = \displaystyle\sum_{0 \leq 2k+1 \leq n} \binom{n}{2k+1}$:

Manipulation des sommes (suite)

- $$\sum_{k=1}^{n} u_k + \sum_{k=n+1}^{2n} u_k = \sum_{k=1}^{2n} u_k$$
- $$\sum_{k=1}^{n} u_{2k} + \sum_{k=0}^{n} u_{2k+1} = \sum_{k=1}^{2n+1} u_k$$
  $$\sum_{k=1}^{n} u_{2k} - \sum_{k=0}^{n} u_{2k+1} = \sum_{k=1}^{2n+1} (-1)^k u_k$$

Calculer $A_n = \sum_{0\leq 2k\leq n} \binom{n}{2k}$ et $B_n = \sum_{0\leq 2k+1\leq n} \binom{n}{2k+1}$:

$A_n + B_n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$ et $A_n - B_n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (-1)^k = 0$. Soit

$A_n = B_n = 2^{n-1}$

les sommes classiques

- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} 1 =$
- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} i + \sum_{j=1}^{n} j =$
- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} (i+j) =$
- $\displaystyle\sum_{1\leq j\leq i\leq n} 1 =$
- $\displaystyle\sum_{1\leq j\leq i\leq n} \frac{j}{i} =$

les sommes classiques

- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} 1 = n$
- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} i + \sum_{j=1}^{n} j =$
- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (i+j) =$
- $\displaystyle\sum_{1 \leq j \leq i \leq n} 1 =$
- $\displaystyle\sum_{1 \leq j \leq i \leq n} \frac{j}{i} =$

les sommes classiques

- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} 1 = n$
- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} i + \sum_{j=1}^{n} j = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2} = n(n+1)$
- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (i+j) =$
- $\displaystyle\sum_{1 \leq j \leq i \leq n} 1 =$
- $\displaystyle\sum_{1 \leq j \leq i \leq n} \frac{j}{i} =$

les sommes classiques

- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} 1 = n$
- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} i + \sum_{j=1}^{n} j = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2} = n(n+1)$
- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(i+j) = \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{n}(i+j)\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} i + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} j =$
- $\displaystyle\sum_{1\leq j\leq i\leq n} 1 =$
- $\displaystyle\sum_{1\leq j\leq i\leq n} \frac{j}{i} =$

les sommes classiques

- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} 1 = n$
- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} i + \sum_{j=1}^{n} j = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2} = n(n+1)$
- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(i+j) = n^2(n+1)$
- $\displaystyle\sum_{1\leq j\leq i\leq n} 1 =$
- $\displaystyle\sum_{1\leq j\leq i\leq n} \frac{j}{i} =$

les sommes classiques

- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} 1 = n$
- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} i + \sum_{j=1}^{n} j = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2} = n(n+1)$
- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(i+j) = n^2(n+1)$
- $\displaystyle\sum_{1\leq j\leq i\leq n} 1 = \frac{n(n+1)}{2}$
- $\displaystyle\sum_{1\leq j\leq i\leq n} \frac{j}{i} =$

les sommes classiques

- $$\sum_{i=1}^{n} 1 = n$$
- $$\sum_{i=1}^{n} i + \sum_{j=1}^{n} j = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2} = n(n+1)$$
- $$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (i+j) = n^2(n+1)$$
- $$\sum_{1 \leq j \leq i \leq n} 1 = \frac{n(n+1)}{2}$$
- $$\sum_{1 \leq j \leq i \leq n} \frac{j}{i} = \frac{n(n+3)}{4}$$

Télescopages et formule de Pascal

- **Télescopages** : $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}(u_k - u_{k+1}) =$

  Application : $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k(1-q) =$

  $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) =$

- **Formule de Pascal** : $\displaystyle\binom{k}{p} + \binom{k}{p+1} =$

  Application : Montrer que $\displaystyle\sum_{k=p}^{n} \binom{k}{p} = \binom{n+1}{p+1}$, $\forall 0 \leq p \leq n$

Télescopages et formule de Pascal

- **Télescopages** : $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}(u_k - u_{k+1}) = u_0 - u_{n+1}$

  Application : $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k(1-q) =$

  $$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) =$$

- **Formule de Pascal** : $\displaystyle\binom{k}{p} + \binom{k}{p+1} =$

  Application : Montrer que $\displaystyle\sum_{k=p}^{n} \binom{k}{p} = \binom{n+1}{p+1}$, $\forall 0 \leq p \leq n$

Télescopages et formule de Pascal

- **Télescopages** : $\sum_{k=0}^{n}(u_k - u_{k+1}) = u_0 - u_{n+1}$

  Application : $\sum_{k=0}^{n} q^k(1-q) = \sum_{k=0}^{n}\left(q^k - q^{k+1}\right) = 1 - q^{n+1}$

  $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) =$

- **Formule de Pascal** : $\binom{k}{p} + \binom{k}{p+1} =$

  Application : Montrer que $\sum_{k=p}^{n}\binom{k}{p} = \binom{n+1}{p+1}$, $\forall 0 \leq p \leq n$

Télescopages et formule de Pascal

- **Télescopages** : $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}(u_k - u_{k+1}) = u_0 - u_{n+1}$

  Application : $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k(1-q) = \sum_{k=0}^{n}\left(q^k - q^{k+1}\right) = 1 - q^{n+1}$

  $$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$$

- **Formule de Pascal** : $\displaystyle\binom{k}{p} + \binom{k}{p+1} =$

  Application : Montrer que $\displaystyle\sum_{k=p}^{n}\binom{k}{p} = \binom{n+1}{p+1}, \forall 0 \leq p \leq n$

Télescopages et formule de Pascal

- **Télescopages** : $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}(u_k - u_{k+1}) = u_0 - u_{n+1}$

  Application : $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k(1-q) = \sum_{k=0}^{n}\left(q^k - q^{k+1}\right) = 1 - q^{n+1}$

  $$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$$

- **Formule de Pascal** : $\displaystyle\binom{k}{p} + \binom{k}{p+1} = \binom{k+1}{p+1}$

  Application : Montrer que $\displaystyle\sum_{k=p}^{n}\binom{k}{p} = \binom{n+1}{p+1}$, $\forall 0 \leq p \leq n$

Table des matières

Formes trigonométriques

- soit $z \in \mathbb{C}^*$. Alors $z = x + iy = |z|e^{i\theta}$ avec

  $|z| =$ et $cos(\theta) =$, $sin(\theta) =$
- Si $z = z_1 z_2$ alors $|z| =$ et $arg(z) =$
- Si $z = \dfrac{z_1}{z_2}$ alors $|z| =$ et $arg(z) =$
- Soit $(z, z') \in \mathbb{C}^2 / |z| = 2$ et $|z'| = 3$. Les propriétés suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

  $|zz'| = 6$; $|z + z'| = 5$

  $|z' - z| \leq 1$; $|z + z'| \leq 5$; $|\dfrac{z}{z'}| < 1$

Formes trigonométriques

- soit $z \in \mathbb{C}^*$. Alors $z = x + iy = |z|e^{i\theta}$ avec
$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{z\bar{z}} \text{ et } cos(\theta) = x/|z|,\ sin(\theta) = y/|z|$$
- Si $z = z_1 z_2$ alors $|z| =$ et $arg(z) =$
- Si $z = \dfrac{z_1}{z_2}$ alors $|z| =$ et $arg(z) =$
- Soit $(z, z') \in \mathbb{C}^2 / |z| = 2$ et $|z'| = 3$. Les propriétés suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
$|zz'| = 6$; $|z + z'| = 5$
$|z' - z| \leq 1$; $|z + z'| \leq 5$; $|\dfrac{z}{z'}| < 1$

Formes trigonométriques

- soit $z \in \mathbb{C}^*$. Alors $z = x + iy = |z|e^{i\theta}$ avec
  $$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{z\bar{z}} \text{ et } cos(\theta) = x/|z|,\ sin(\theta) = y/|z|$$
- Si $z = z_1 z_2$ alors $|z| = |z_1||z_2|$ et $arg(z) = arg(z_1) + arg(z_2)[2\pi]$
- Si $z = \dfrac{z_1}{z_2}$ alors $|z| =$ et $arg(z) =$
- Soit $(z, z') \in \mathbb{C}^2 / |z| = 2$ et $|z'| = 3$. Les propriétés suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
  $|zz'| = 6$; $|z + z'| = 5$
  $|z' - z| \leq 1$; $|z + z'| \leq 5$; $|\dfrac{z}{z'}| < 1$

Formes trigonométriques

- soit $z \in \mathbb{C}^*$. Alors $z = x + iy = |z|e^{i\theta}$ avec
  $$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{z\bar{z}} \text{ et } cos(\theta) = x/|z|,\ sin(\theta) = y/|z|$$
- Si $z = z_1 z_2$ alors $|z| = |z_1||z_2|$ et $arg(z) = arg(z_1) + arg(z_2)[2\pi]$
- Si $z = \dfrac{z_1}{z_2}$ alors $|z| = \dfrac{|z_1|}{|z_2|}$ et $arg(z) = arg(z_1) - arg(z_2)[2\pi]$
- Soit $(z, z') \in \mathbb{C}^2 / |z| = 2$ et $|z'| = 3$. Les propriétés suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
  $|zz'| = 6$; $|z + z'| = 5$
  $|z' - z| \leq 1$; $|z + z'| \leq 5$; $|\dfrac{z}{z'}| < 1$

Formes trigonométriques

- soit $z \in \mathbb{C}^*$. Alors $z = x + iy = |z|e^{i\theta}$ avec
  $$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{z\bar{z}} \text{ et } cos(\theta) = x/|z|,\ sin(\theta) = y/|z|$$
- Si $z = z_1 z_2$ alors $|z| = |z_1||z_2|$ et $arg(z) = arg(z_1) + arg(z_2)[2\pi]$
- Si $z = \dfrac{z_1}{z_2}$ alors $|z| = \dfrac{|z_1|}{|z_2|}$ et $arg(z) = arg(z_1) - arg(z_2)[2\pi]$
- Soit $(z, z') \in \mathbb{C}^2 / |z| = 2$ et $|z'| = 3$. Les propriétés suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
  $|zz'| = 6$ **(VRAI)** ; $|z + z'| = 5$
  $|z' - z| \leq 1$; $|z + z'| \leq 5$; $|\dfrac{z}{z'}| < 1$

Formes trigonométriques

- soit $z \in \mathbb{C}^*$. Alors $z = x + iy = |z|e^{i\theta}$ avec
  $$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{z\bar{z}} \text{ et } cos(\theta) = x/|z|,\ sin(\theta) = y/|z|$$
- Si $z = z_1 z_2$ alors $|z| = |z_1||z_2|$ et $arg(z) = arg(z_1) + arg(z_2)[2\pi]$
- Si $z = \dfrac{z_1}{z_2}$ alors $|z| = \dfrac{|z_1|}{|z_2|}$ et $arg(z) = arg(z_1) - arg(z_2)[2\pi]$
- Soit $(z, z') \in \mathbb{C}^2 / |z| = 2$ et $|z'| = 3$. Les propriétés suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
  $|zz'| = 6$ **(VRAI)** ; $|z + z'| = 5$ **(FAUX)**
  $|z' - z| \leq 1$; $|z + z'| \leq 5$; $|\dfrac{z}{z'}| < 1$

Formes trigonométriques

- soit $z \in \mathbb{C}^*$. Alors $z = x + iy = |z|e^{i\theta}$ avec
  $$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{z\bar{z}} \text{ et } cos(\theta) = x/|z|, \; sin(\theta) = y/|z|$$
- Si $z = z_1 z_2$ alors $|z| = |z_1||z_2|$ et $arg(z) = arg(z_1) + arg(z_2)[2\pi]$
- Si $z = \dfrac{z_1}{z_2}$ alors $|z| = \dfrac{|z_1|}{|z_2|}$ et $arg(z) = arg(z_1) - arg(z_2)[2\pi]$
- Soit $(z, z') \in \mathbb{C}^2 / |z| = 2$ et $|z'| = 3$. Les propriétés suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
  $|zz'| = 6$ **(VRAI)** ; $|z + z'| = 5$ **(FAUX)**
  $|z' - z| \leq 1$ **(FAUX)** ; $|z + z'| \leq 5$; $|\dfrac{z}{z'}| < 1$

Formes trigonométriques

- soit $z \in \mathbb{C}^*$. Alors $z = x + iy = |z|e^{i\theta}$ avec
  $$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{z\bar{z}} \text{ et } cos(\theta) = x/|z|,\ sin(\theta) = y/|z|$$
- Si $z = z_1 z_2$ alors $|z| = |z_1||z_2|$ et $arg(z) = arg(z_1) + arg(z_2)[2\pi]$
- Si $z = \dfrac{z_1}{z_2}$ alors $|z| = \dfrac{|z_1|}{|z_2|}$ et $arg(z) = arg(z_1) - arg(z_2)[2\pi]$
- Soit $(z, z') \in \mathbb{C}^2 / |z| = 2$ et $|z'| = 3$. Les propriétés suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
  $|zz'| = 6$ **(VRAI)** ; $|z + z'| = 5$ **(FAUX)**
  $|z' - z| \leq 1$ **(FAUX)** ; $|z + z'| \leq 5$ **(VRAI)** ; $|\dfrac{z}{z'}| < 1$

Formes trigonométriques

- soit $z \in \mathbb{C}^*$. Alors $z = x + iy = |z|e^{i\theta}$ avec
  $$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{z\bar{z}} \text{ et } cos(\theta) = x/|z|,\ sin(\theta) = y/|z|$$
- Si $z = z_1 z_2$ alors $|z| = |z_1||z_2|$ et $arg(z) = arg(z_1) + arg(z_2)[2\pi]$
- Si $z = \dfrac{z_1}{z_2}$ alors $|z| = \dfrac{|z_1|}{|z_2|}$ et $arg(z) = arg(z_1) - arg(z_2)[2\pi]$
- Soit $(z, z') \in \mathbb{C}^2 / |z| = 2$ et $|z'| = 3$. Les propriétés suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
  $|zz'| = 6$ **(VRAI)** ; $|z + z'| = 5$ **(FAUX)**
  $|z' - z| \leq 1$ **(FAUX)** ; $|z + z'| \leq 5$ **(VRAI)** ; $|\dfrac{z}{z'}| < 1$ **(VRAI)**

Formes trigonométriques (suite)

Soient z et z' 2 nombres complexes non nuls d'arguments θ et θ'.

1. Peut-on connaître les arguments des nombres : $z+z'$; $z-z'$, zz' $\frac{z}{z'}$?
2. Même question en supposant que $\theta=\theta'$: $z+z'$; $z-z'$; zz' $\frac{z}{z'}$

Mettre sous forme trigonométrique :

$z = re^{i\theta}, r \in \mathbb{R}^*$; $z =$

$z = 1 + itan\theta =$

Formes trigonométriques (suite)

Soient z et z' 2 nombres complexes non nuls d'arguments θ et θ'.

1. Peut-on connaître les arguments des nombres : $z + z'$ **(non)** ;
   $z - z'$, zz' $\dfrac{z}{z'}$?
2. Même question en supposant que $\theta = \theta'$: $z + z'$;
   $z - z'$;
   zz' $\dfrac{z}{z'}$

Mettre sous forme trigonométrique :

$z = re^{i\theta}, r \in \mathbb{R}^*$; $z =$

$z = 1 + itan\theta =$

Formes trigonométriques (suite)

Soient z et z' 2 nombres complexes non nuls d'arguments θ et θ'.

1. Peut-on connaître les arguments des nombres : $z+z'$ **(non)** ; $z-z'$ **(non)**, zz' $\frac{z}{z'}$?
2. Même question en supposant que $\theta = \theta'$: $z+z'$; $z-z'$; zz' $\frac{z}{z'}$

Mettre sous forme trigonométrique :

$z = re^{i\theta}, r \in \mathbb{R}^*$; $z =$

$z = 1 + itan\theta =$

Formes trigonométriques (suite)

Soient z et z' 2 nombres complexes non nuls d'arguments θ et θ'.

1. Peut-on connaître les arguments des nombres : $z+z'$ **(non)** ; $z-z'$ **(non)**, zz' **(oui :** $\theta+\theta'$**)** $\dfrac{z}{z'}$?
2. Même question en supposant que $\theta=\theta'$: $z+z'$; $z-z'$; zz' $\dfrac{z}{z'}$

Mettre sous forme trigonométrique :

$z=re^{i\theta}, r\in\mathbb{R}^*$; $z=$

$z=1+i\tan\theta=$

Formes trigonométriques (suite)

Soient z et z' 2 nombres complexes non nuls d'arguments θ et θ'.

1. Peut-on connaître les arguments des nombres : $z + z'$ **(non)** ; $z - z'$ **(non)**, zz' **(oui : $\theta + \theta'$)** $\dfrac{z}{z'}$ **(oui : $\theta - \theta'$)** ?
2. Même question en supposant que $\theta = \theta'$: $z + z'$; $z - z'$; zz' $\dfrac{z}{z'}$

Mettre sous forme trigonométrique :

$z = re^{i\theta}, r \in \mathbb{R}^*$; $z =$

$z = 1 + i tan\theta =$

Formes trigonométriques (suite)

Soient z et z' 2 nombres complexes non nuls d'arguments θ et θ'.

1. Peut-on connaître les arguments des nombres : $z+z'$ **(non)** ; $z-z'$ **(non)**, zz' **(oui :** $\theta+\theta'$**)** $\dfrac{z}{z'}$ **(oui :** $\theta-\theta'$**)** ?
2. Même question en supposant que $\theta=\theta'$: $z+z'$ **(oui :** θ**)** ;
   $z-z'$;
   zz' $\dfrac{z}{z'}$

Mettre sous forme trigonométrique :

$z=re^{i\theta}, r\in\mathbb{R}^*$; $z=$

$z=1+itan\theta=$

Formes trigonométriques (suite)

Soient z et z' 2 nombres complexes non nuls d'arguments θ et θ'.

1. Peut-on connaître les arguments des nombres : $z + z'$ **(non)** ;

   $z - z'$ **(non)**, zz' **(oui : $\theta + \theta'$)** $\dfrac{z}{z'}$ **(oui : $\theta - \theta'$)** ?
2. Même question en supposant que $\theta = \theta'$: $z + z'$ **(oui : θ)** ;
   $z - z'$ **(non, cela dépend du signe de $(|z| - |z'|)$)** ;

   zz' $\qquad \dfrac{z}{z'}$

Mettre sous forme trigonométrique :

$z = re^{i\theta}, r \in \mathbb{R}^*$; $z =$

$z = 1 + itan\theta =$

Formes trigonométriques (suite)

Soient z et z' 2 nombres complexes non nuls d'arguments θ et θ'.

1. Peut-on connaître les arguments des nombres : $z + z'$ **(non)** ; $z - z'$ **(non)**, zz' **(oui :** $\theta + \theta'$**)** $\dfrac{z}{z'}$ **(oui :** $\theta - \theta'$**)** ?
2. Même question en supposant que $\theta = \theta'$: $z + z'$ **(oui :** θ**)** ; $z - z'$ **(non, cela dépend du signe de** $(|z| - |z'|)$**)** ; zz' **(oui)** $\dfrac{z}{z'}$

Mettre sous forme trigonométrique :

$z = re^{i\theta}, r \in \mathbb{R}^*$; $z =$

$z = 1 + itan\theta =$

Formes trigonométriques (suite)

Soient z et z' 2 nombres complexes non nuls d'arguments θ et θ'.

1. Peut-on connaître les arguments des nombres : $z + z'$ **(non)** ;

   $z - z'$ **(non)**, zz' **(oui : $\theta + \theta'$)** $\dfrac{z}{z'}$ **(oui : $\theta - \theta'$)** ?
2. Même question en supposant que $\theta = \theta'$: $z + z'$ **(oui : θ)** ;
   $z - z'$ **(non, cela dépend du signe de $(|z| - |z'|)$)** ;

   zz' **(oui)** $\dfrac{z}{z'}$ **(oui)**

Mettre sous forme trigonométrique :

$z = re^{i\theta}, r \in \mathbb{R}^*$; $z =$

$z = 1 + i tan\theta =$

Formes trigonométriques (suite)

Soient z et z' 2 nombres complexes non nuls d'arguments θ et θ'.

1. Peut-on connaître les arguments des nombres : $z + z'$ **(non)** ; $z - z'$ **(non)**, zz' **(oui : $\theta + \theta'$)** $\dfrac{z}{z'}$ **(oui : $\theta - \theta'$)** ?
2. Même question en supposant que $\theta = \theta'$: $z + z'$ **(oui : θ)** ; $z - z'$ **(non, cela dépend du signe de $(|z| - |z'|)$)** ; zz' **(oui)** $\dfrac{z}{z'}$ **(oui)**

Mettre sous forme trigonométrique :

$$z = re^{i\theta}, r \in \mathbb{R}^* \ ; \ z = \begin{cases} re^{i\theta} \text{ si } r > 0 \\ -re^{i(\theta+\pi)} \text{ si } r < 0 \end{cases}$$

$$z = 1 + itan\theta =$$

Formes trigonométriques (suite)

Soient z et z' 2 nombres complexes non nuls d'arguments θ et θ'.

1. Peut-on connaître les arguments des nombres : $z+z'$ **(non)** ; $z-z'$ **(non)**, zz' **(oui : $\theta+\theta'$)** $\dfrac{z}{z'}$ **(oui : $\theta-\theta'$)** ?
2. Même question en supposant que $\theta=\theta'$: $z+z'$ **(oui : θ)** ; $z-z'$ **(non, cela dépend du signe de $(|z|-|z'|)$)** ; zz' **(oui)** $\dfrac{z}{z'}$ **(oui)**

Mettre sous forme trigonométrique :

$$z=re^{i\theta}, r\in\mathbb{R}^* \,;\, z=\begin{cases} re^{i\theta} \text{ si } r>0 \\ -re^{i(\theta+\pi)} \text{ si } r<0 \end{cases}$$

$$z=1+itan\theta=\begin{cases} \frac{1}{cos(\theta)}e^{i\theta} \text{ si } \theta\in]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[[2\pi] \\ -\frac{1}{cos(\theta)}e^{i(\theta+\pi)} \text{ si } \theta\in]\frac{\pi}{2};3\frac{\pi}{2}[[2\pi] \end{cases}$$

Angles usuels

Mettre sous forme algébrique :

- $e^{i\pi/2} =$; $e^{i3\pi/2} =$; $e^{i\pi} =$
- $e^{i\pi/6} =$; $e^{i\pi/3} =$
- $e^{i\pi/4} =$; $e^{3i\pi/4} =$
- $e^{2i\pi/3} = \qquad = j$; $e^{-i\pi/3} =$; $e^{-2i\pi/3} =$

Angles usuels

Mettre sous forme algébrique :

- $e^{i\pi/2} = i$; $e^{i3\pi/2} = -i$; $e^{i\pi} = -1$
- $e^{i\pi/6} =$; $e^{i\pi/3} =$
- $e^{i\pi/4} =$; $e^{3i\pi/4} =$
- $e^{2i\pi/3} = \quad = j$; $e^{-i\pi/3} =$; $e^{-2i\pi/3} =$

Angles usuels

Mettre sous forme algébrique :

- $e^{i\pi/2} = i$; $e^{i3\pi/2} = -i$; $e^{i\pi} = -1$
- $e^{i\pi/6} = \sqrt{3}/2 + i/2$; $e^{i\pi/3} = 1/2 + i\sqrt{3}/2$
- $e^{i\pi/4} =$; $e^{3i\pi/4} =$
- $e^{2i\pi/3} = \quad = j$; $e^{-i\pi/3} =$; $e^{-2i\pi/3} =$

Angles usuels

Mettre sous forme algébrique :

- $e^{i\pi/2} = i$; $e^{i3\pi/2} = -i$; $e^{i\pi} = -1$
- $e^{i\pi/6} = \sqrt{3}/2 + i/2$; $e^{i\pi/3} = 1/2 + i\sqrt{3}/2$
- $e^{i\pi/4} = \sqrt{2}/2 + i\sqrt{2}/2$; $e^{3i\pi/4} = -\sqrt{2}/2 + i\sqrt{2}/2$
- $e^{2i\pi/3} = \qquad = j$; $e^{-i\pi/3} = \qquad$; $e^{-2i\pi/3} =$

Angles usuels

Mettre sous forme algébrique :

- $e^{i\pi/2} = i$; $e^{i3\pi/2} = -i$; $e^{i\pi} = -1$
- $e^{i\pi/6} = \sqrt{3}/2 + i/2$; $e^{i\pi/3} = 1/2 + i\sqrt{3}/2$
- $e^{i\pi/4} = \sqrt{2}/2 + i\sqrt{2}/2$; $e^{3i\pi/4} = -\sqrt{2}/2 + i\sqrt{2}/2$
- $e^{2i\pi/3} = -1/2 + i\sqrt{3}/2 = j$; $e^{-i\pi/3} =$;
  $e^{-2i\pi/3} =$

Angles usuels

Mettre sous forme algébrique :

- $e^{i\pi/2} = i\,;\ e^{i3\pi/2} = -i\,;\ e^{i\pi} = -1$
- $e^{i\pi/6} = \sqrt{3}/2 + i/2\,;\ e^{i\pi/3} = 1/2 + i\sqrt{3}/2$
- $e^{i\pi/4} = \sqrt{2}/2 + i\sqrt{2}/2\,;\ e^{3i\pi/4} = -\sqrt{2}/2 + i\sqrt{2}/2$
- $e^{2i\pi/3} = -1/2 + i\sqrt{3}/2 = j\,;\ e^{-i\pi/3} = 1/2 - i\sqrt{3}/2 = -j\,;$ $e^{-2i\pi/3} =$

Angles usuels

Mettre sous forme algébrique :

- $e^{i\pi/2} = i$; $e^{i3\pi/2} = -i$; $e^{i\pi} = -1$
- $e^{i\pi/6} = \sqrt{3}/2 + i/2$; $e^{i\pi/3} = 1/2 + i\sqrt{3}/2$
- $e^{i\pi/4} = \sqrt{2}/2 + i\sqrt{2}/2$; $e^{3i\pi/4} = -\sqrt{2}/2 + i\sqrt{2}/2$
- $e^{2i\pi/3} = -1/2 + i\sqrt{3}/2 = j$; $e^{-i\pi/3} = 1/2 - i\sqrt{3}/2 = -j$; $e^{-2i\pi/3} = -1/2 - i\sqrt{3}/2 = j^2 = \bar{j}$

Formules d'Euler

Rappel

$$cos(\theta) = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \text{ et } sin(\theta) = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

Mettre sous forme trigonométrique :

- $e^{ia} + e^{ib} =$
- $e^{ia} - e^{ib} =$
- $e^{ia} + 1 =$
- $e^{ia} - 1 =$
- $e^{i\pi/2} \dfrac{e^{-ib} - 1}{e^{-ib} + 1} =$

Autre application, associée au binôme de Newton : **Linéarisation**

Formules d'Euler

Rappel

$$cos(\theta) = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \text{ et } sin(\theta) = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

Mettre sous forme trigonométrique :

- $e^{ia} + e^{ib} = 2cos(\frac{a-b}{2})e^{i\frac{a+b}{2}} \Rightarrow cosa + cosb =$
- $e^{ia} - e^{ib} =$
- $e^{ia} + 1 =$
- $e^{ia} - 1 =$
- $e^{i\pi/2}\dfrac{e^{-ib} - 1}{e^{-ib} + 1} =$

Autre application, associée au binôme de Newton : **Linéarisation**

Formules d'Euler

Rappel

$$cos(\theta) = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \text{ et } sin(\theta) = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

Mettre sous forme trigonométrique :

- $e^{ia} + e^{ib} = 2cos(\frac{a-b}{2})e^{i\frac{a+b}{2}} \Rightarrow cosa + cosb = 2cos\frac{a-b}{2} \cdot cos\frac{a+b}{2}$
- $e^{ia} - e^{ib} =$
- $e^{ia} + 1 =$
- $e^{ia} - 1 =$
- $e^{i\pi/2}\dfrac{e^{-ib} - 1}{e^{-ib} + 1} =$

Autre application, associée au binôme de Newton : **Linéarisation**

Formules d'Euler

Rappel

$$cos(\theta) = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \text{ et } sin(\theta) = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

Mettre sous forme trigonométrique :

- $e^{ia} + e^{ib} = 2cos(\frac{a-b}{2})e^{i\frac{a+b}{2}} \Rightarrow cosa + cosb = 2cos\frac{a-b}{2} \cdot cos\frac{a+b}{2}$
- $e^{ia} - e^{ib} = 2isin(\frac{a-b}{2})e^{i\frac{a+b}{2}} \Rightarrow sina - sinb =$
- $e^{ia} + 1 =$
- $e^{ia} - 1 =$
- $e^{i\pi/2}\dfrac{e^{-ib} - 1}{e^{-ib} + 1} =$

Autre application, associée au binôme de Newton : **Linéarisation**

Formules d'Euler

Rappel

$$cos(\theta) = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \text{ et } sin(\theta) = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

Mettre sous forme trigonométrique :

- $e^{ia} + e^{ib} = 2cos(\frac{a-b}{2})e^{i\frac{a+b}{2}} \Rightarrow cosa + cosb = 2cos\frac{a-b}{2} \cdot cos\frac{a+b}{2}$
- $e^{ia} - e^{ib} = 2isin(\frac{a-b}{2})e^{i\frac{a+b}{2}} \Rightarrow sina - sinb = 2sin\frac{a-b}{2} \cdot cos\frac{a+b}{2}$
- $e^{ia} + 1 =$
- $e^{ia} - 1 =$
- $e^{i\pi/2}\dfrac{e^{-ib} - 1}{e^{-ib} + 1} =$

Autre application, associée au binôme de Newton : **Linéarisation**

Formules d'Euler

Rappel

$$cos(\theta) = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \text{ et } sin(\theta) = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

Mettre sous forme trigonométrique :

- $e^{ia} + e^{ib} = 2cos(\frac{a-b}{2})e^{i\frac{a+b}{2}} \Rightarrow cosa + cosb = 2cos\frac{a-b}{2} \cdot cos\frac{a+b}{2}$
- $e^{ia} - e^{ib} = 2isin(\frac{a-b}{2})e^{i\frac{a+b}{2}} \Rightarrow sina - sinb = 2sin\frac{a-b}{2} \cdot cos\frac{a+b}{2}$
- $e^{ia} + 1 = 2cos(\frac{a}{2})e^{i\frac{a}{2}}$
- $e^{ia} - 1 =$
- $e^{i\pi/2}\dfrac{e^{-ib} - 1}{e^{-ib} + 1} =$

Autre application, associée au binôme de Newton : **Linéarisation**

Formules d'Euler

Rappel

$$cos(\theta) = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \text{ et } sin(\theta) = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

Mettre sous forme trigonométrique :

- $e^{ia} + e^{ib} = 2cos(\frac{a-b}{2})e^{i\frac{a+b}{2}} \Rightarrow cosa + cosb = 2cos\frac{a-b}{2} \cdot cos\frac{a+b}{2}$
- $e^{ia} - e^{ib} = 2isin(\frac{a-b}{2})e^{i\frac{a+b}{2}} \Rightarrow sina - sinb = 2sin\frac{a-b}{2} \cdot cos\frac{a+b}{2}$
- $e^{ia} + 1 = 2cos(\frac{a}{2})e^{i\frac{a}{2}}$
- $e^{ia} - 1 = 2isin(\frac{a}{2})e^{i\frac{a}{2}}$
- $e^{i\pi/2}\dfrac{e^{-ib} - 1}{e^{-ib} + 1} =$

Autre application, associée au binôme de Newton : **Linéarisation**

Formules d'Euler

Rappel

$$cos(\theta) = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \text{ et } sin(\theta) = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

Mettre sous forme trigonométrique :

- $e^{ia} + e^{ib} = 2cos(\frac{a-b}{2})e^{i\frac{a+b}{2}} \Rightarrow cosa + cosb = 2cos\frac{a-b}{2} \cdot cos\frac{a+b}{2}$
- $e^{ia} - e^{ib} = 2isin(\frac{a-b}{2})e^{i\frac{a+b}{2}} \Rightarrow sina - sinb = 2sin\frac{a-b}{2} \cdot cos\frac{a+b}{2}$
- $e^{ia} + 1 = 2cos(\frac{a}{2})e^{i\frac{a}{2}}$
- $e^{ia} - 1 = 2isin(\frac{a}{2})e^{i\frac{a}{2}}$
- $e^{i\pi/2}\frac{e^{-ib} - 1}{e^{-ib} + 1} = i\frac{-2isin(b/2)}{2cos(b/2)} = tan(b/2)$

Autre application, associée au binôme de Newton : **Linéarisation**

Formules trigo

- $cos^2x + sin^2x =$ ou encore $1 + tan^2x =$
- $cos(a+b) =$;
  $cos(a-b) =$
- $sin(a+b) =$;
  $sin(a-b) =$
- $tan(a+b) =$; $tan(a-b) =$
- $sin2a =$;
  $cos2a =$
- $sina \cdot cosb =$
- $sina \cdot sinb =$
- $cosa \cdot cosb =$

Formules trigo

- $cos^2x + sin^2x = 1$ ou encore $1 + tan^2x = \frac{1}{cos^2x}$
- $cos(a+b) =$;
  $cos(a-b) =$
- $sin(a+b) =$;
  $sin(a-b) =$
- $tan(a+b) =$; $tan(a-b) =$
- $sin2a =$;
  $cos2a =$
- $sina \cdot cosb =$
- $sina \cdot sinb =$
- $cosa \cdot cosb =$

Formules trigo

- $cos^2x + sin^2x = 1$ ou encore $1 + tan^2x = \frac{1}{cos^2x}$
- $cos(a+b) = cosacosb - sinasinb$;
  $cos(a-b) = cosacosb + sinasinb$
- $sin(a+b) =$;
  $sin(a-b) =$
- $tan(a+b) =$; $tan(a-b) =$
- $sin2a =$;
  $cos2a =$
- $sina \cdot cosb =$
- $sina \cdot sinb =$
- $cosa \cdot cosb =$

Formules trigo

- $cos^2x + sin^2x = 1$ ou encore $1 + tan^2x = \frac{1}{cos^2x}$
- $cos(a+b) = cosacosb - sinasinb$;
  $cos(a-b) = cosacosb + sinasinb$
- $sin(a+b) = sinacosb + cosasinb$;
  $sin(a-b) = sinacosb - cosasinb$
- $tan(a+b) =$; $tan(a-b) =$
- $sin2a =$;
  $cos2a =$
- $sina \cdot cosb =$
- $sina \cdot sinb =$
- $cosa \cdot cosb =$

Formules trigo

- $cos^2 x + sin^2 x = 1$ ou encore $1 + tan^2 x = \frac{1}{cos^2 x}$
- $cos(a+b) = cosacosb - sinasinb$;
  $cos(a-b) = cosacosb + sinasinb$
- $sin(a+b) = sinacosb + cosasinb$;
  $sin(a-b) = sinacosb - cosasinb$
- $tan(a+b) = \dfrac{tana + tanb}{1 - tana \cdot tanb}$; $tan(a-b) = \dfrac{tana - tanb}{1 + tana \cdot tanb}$
- $sin2a =$;
  $cos2a =$
- $sina \cdot cosb =$
- $sina \cdot sinb =$
- $cosa \cdot cosb =$

Formules trigo

- $cos^2x + sin^2x = 1$ ou encore $1 + tan^2x = \frac{1}{cos^2x}$
- $cos(a+b) = cosacosb - sinasinb$;
  $cos(a-b) = cosacosb + sinasinb$
- $sin(a+b) = sinacosb + cosasinb$;
  $sin(a-b) = sinacosb - cosasinb$
- $tan(a+b) = \dfrac{tana + tanb}{1 - tana \cdot tanb}$; $tan(a-b) = \dfrac{tana - tanb}{1 + tana \cdot tanb}$
- $sin2a = 2sinacosa$;
  $cos2a = cos^2a - sin^2a = 2cos^2a - 1 = 1 - 2sin^2a$
- $sina \cdot cosb =$
- $sina \cdot sinb =$
- $cosa \cdot cosb =$

Formules trigo

- $cos^2x + sin^2x = 1$ ou encore $1 + tan^2x = \frac{1}{cos^2x}$
- $cos(a+b) = cosacosb - sinasinb$;
  $cos(a-b) = cosacosb + sinasinb$
- $sin(a+b) = sinacosb + cosasinb$;
  $sin(a-b) = sinacosb - cosasinb$
- $tan(a+b) = \dfrac{tana + tanb}{1 - tana \cdot tanb}$; $tan(a-b) = \dfrac{tana - tanb}{1 + tana \cdot tanb}$
- $sin2a = 2sinacosa$;
  $cos2a = cos^2a - sin^2a = 2cos^2a - 1 = 1 - 2sin^2a$
- $sina \cdot cosb = \frac{1}{2}[sin(a+b) + sin(a-b)]$
- $sina \cdot sinb =$
- $cosa \cdot cosb =$

Formules trigo

- $cos^2x + sin^2x = 1$ ou encore $1 + tan^2x = \frac{1}{cos^2x}$
- $cos(a+b) = cosacosb - sinasinb$;
  $cos(a-b) = cosacosb + sinasinb$
- $sin(a+b) = sinacosb + cosasinb$;
  $sin(a-b) = sinacosb - cosasinb$
- $tan(a+b) = \dfrac{tana + tanb}{1 - tana \cdot tanb}$; $tan(a-b) = \dfrac{tana - tanb}{1 + tana \cdot tanb}$
- $sin2a = 2sinacosa$;
  $cos2a = cos^2a - sin^2a = 2cos^2a - 1 = 1 - 2sin^2a$
- $sina \cdot cosb = \frac{1}{2}[sin(a+b) + sin(a-b)]$
- $sina \cdot sinb = \frac{1}{2}[cos(a-b) - cos(a+b)]$
- $cosa \cdot cosb =$

Formules trigo

- $cos^2x + sin^2x = 1$ ou encore $1 + tan^2x = \frac{1}{cos^2x}$
- $cos(a+b) = cosacosb - sinasinb$;
  $cos(a-b) = cosacosb + sinasinb$
- $sin(a+b) = sinacosb + cosasinb$;
  $sin(a-b) = sinacosb - cosasinb$
- $tan(a+b) = \dfrac{tana + tanb}{1 - tana \cdot tanb}$; $tan(a-b) = \dfrac{tana - tanb}{1 + tana \cdot tanb}$
- $sin2a = 2sinacosa$;
  $cos2a = cos^2a - sin^2a = 2cos^2a - 1 = 1 - 2sin^2a$
- $sina \cdot cosb = \frac{1}{2}[sin(a+b) + sin(a-b)]$
- $sina \cdot sinb = \frac{1}{2}[cos(a-b) - cos(a+b)]$
- $cosa \cdot cosb = \frac{1}{2}[cos(a+b) + cos(a-b)]$

racines n-ièmes de l'unité

1. Les racines carrées de l'unité sont :
2. Les racines cubiques de l'unité sont :

Propriétés : $1 + j + j^2 =$; $\forall p \in \mathbb{N}$, $j^{3p} =$, $j^{3p+1} =$ et $j^{3p+2} =$

racines n-ièmes de l'unité

1. Les racines carrées de l'unité sont : 1 et -1
2. Les racines cubiques de l'unité sont :

Propriétés : $1 + j + j^2 =$; $\forall p \in \mathbb{N}$, $j^{3p} =$, $j^{3p+1} =$ et $j^{3p+2} =$

racines n-ièmes de l'unité

1. Les racines carrées de l'unité sont : 1 et -1
2. Les racines cubiques de l'unité sont : 1, j et j^2 avec

$$j = e^{2i\pi/3} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ et}$$
$$j^2 = e^{4i\pi/3} = e^{-2i\pi/3} = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} = \bar{j}$$

Propriétés : $1 + j + j^2 =$; $\forall p \in \mathbb{N}$, $j^{3p} =$, $j^{3p+1} =$ et $j^{3p+2} =$

racines n-ièmes de l'unité

1. Les racines carrées de l'unité sont : 1 et -1
2. Les racines cubiques de l'unité sont : 1, j et j^2 avec

$$j = e^{2i\pi/3} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ et}$$
$$j^2 = e^{4i\pi/3} = e^{-2i\pi/3} = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} = \bar{j}$$

Propriétés : $1 + j + j^2 = 0$; $\forall p \in \mathbb{N}$, $j^{3p} = 1$, $j^{3p+1} = j$ et $j^{3p+2} = j^2$

racines carrrées d'un nombre complexe

Un exemple : Résoudre de deux manières différentes $z^2 = j$

- Méthode trigonométrique : $z = re^{i\theta}, r > 0, 0 \leq \theta < 2\pi$

- Méthode algébrique : On pose $z = a + ib$, $(a, b) \in \mathbb{R}^2$

racines carrrées d'un nombre complexe

Un exemple : Résoudre de deux manières différentes $z^2 = j$

- Méthode trigonométrique : $z = re^{i\theta}, r > 0, 0 \leq \theta < 2\pi$
  $z^2 = j \Leftrightarrow r^2 e^{2i\theta} = e^{2i\pi/3} \Leftrightarrow$
  $$\begin{cases} r^2 & = 1 \\ 2\theta & = 2\pi/3 + 2k\pi \ , \ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow$$
  $$\begin{cases} r & = 1 \\ \theta & = \pi/3 + k\pi \ , 0 \leq k < 2 \end{cases}$$
- Méthode algébrique : On pose $z = a + ib$, $(a, b) \in \mathbb{R}^2$

racines carrrées d'un nombre complexe

Un exemple : Résoudre de deux manières différentes $z^2 = j$

- Méthode trigonométrique : $z = re^{i\theta}, r > 0, 0 \leq \theta < 2\pi$
  $$z^2 = j \Leftrightarrow \begin{cases} r & = 1 \\ \theta & = \pi/3 + k\pi \ , \ 0 \leq k < 2 \end{cases};$$
  Concl. : $\mathcal{S} = \{e^{i\pi/3}, e^{4i\pi/3} = j^2\}$
- Méthode algébrique : On pose $z = a + ib$, $(a, b) \in \mathbb{R}^2$

racines carrrées d'un nombre complexe

Un exemple : Résoudre de deux manières différentes $z^2 = j$

- Méthode trigonométrique : $z = re^{i\theta}, r > 0, 0 \leq \theta < 2\pi$
  $z^2 = j \Leftrightarrow \begin{cases} r & = 1 \\ \theta & = \pi/3 + k\pi \ , \ 0 \leq k < 2 \end{cases}$;
  Concl. : $\mathcal{S} = \{e^{i\pi/3}, e^{4i\pi/3} = j^2\}$
- Méthode algébrique : On pose $z = a + ib$, $(a, b) \in \mathbb{R}^2$
  $z^2 = j \Leftrightarrow (a + ib)^2 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 & = 1 \\ a^2 - b^2 & = -1/2 \\ ab > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$
  $\begin{cases} a^2 & = 1/4 \\ b^2 & = 3/4 \ , \ ab > 0 \end{cases}$; **Concl.** : $\mathcal{S} = \{\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\}$

Equations du second degré à coefficients réels

Résoudre les équations suivantes :

- $z^2 + z + 1 = 0$
- $z^2 - 2cos(\theta)z + 1 = 0$
- $z^2 - 2z + 5 = 0$
- $\left(\frac{z+i}{z-i}\right)^2 - 2\left(\frac{z+i}{z-i}\right) + 5 = 0$

Equations du second degré à coefficients réels

Résoudre les équations suivantes :

- $z^2 + z + 1 = 0$; Deux racines évidentes j et $\bar{j}$
- $z^2 - 2cos(\theta)z + 1 = 0$
- $z^2 - 2z + 5 = 0$
- $\left(\frac{z+i}{z-i}\right)^2 - 2\left(\frac{z+i}{z-i}\right) + 5 = 0$

Equations du second degré à coefficients réels

Résoudre les équations suivantes :

- $z^2 + z + 1 = 0$; Deux racines évidentes j et $\bar{j}$
- $z^2 - 2cos(\theta)z + 1 = 0$ $\Delta < 0$; $\mathcal{S} = \{e^{i\theta}, e^{-i\theta}\}$
- $z^2 - 2z + 5 = 0$
- $\left(\frac{z+i}{z-i}\right)^2 - 2\left(\frac{z+i}{z-i}\right) + 5 = 0$

Equations du second degré à coefficients réels

Résoudre les équations suivantes :

- $z^2 + z + 1 = 0$; Deux racines évidentes j et $\bar{j}$
- $z^2 - 2cos(\theta)z + 1 = 0$ $\Delta < 0$; $\mathcal{S} = \{e^{i\theta}, e^{-i\theta}\}$
- $z^2 - 2z + 5 = 0$ $\Delta = (4i)^2$; $\mathcal{S} = \{1 + 2i, 1 - 2i\}$
- $\left(\frac{z+i}{z-i}\right)^2 - 2\left(\frac{z+i}{z-i}\right) + 5 = 0$

Equations du second degré à coefficients réels

Résoudre les équations suivantes :

- $z^2 + z + 1 = 0$; Deux racines évidentes j et $\bar{j}$
- $z^2 - 2cos(\theta)z + 1 = 0$ $\Delta < 0$; $\mathcal{S} = \{e^{i\theta}, e^{-i\theta}\}$
- $z^2 - 2z + 5 = 0$ $\Delta = (4i)^2$; $\mathcal{S} = \{1 + 2i, 1 - 2i\}$
- $\left(\frac{z+i}{z-i}\right)^2 - 2\left(\frac{z+i}{z-i}\right) + 5 = 0$
  D'après ce qui précède, $\frac{z+i}{z-i} = 1 + 2i$ ou $\frac{z+i}{z-i} = 1 - 2i$.
  On note que $z = i$ n'est pas solution. On peut donc multiplier par $z - i$, soit :
  $z + i = (1 + 2i)(z - i)$ ou $z + i = (1 - 2i)(z - i)$
  Concl : $\mathcal{S} = \{1 + i, -1 + i\}$

Déterminer les racines cubiques d'un nombre complexe

Résoudre $z^3 = a$ où $a \in \mathbb{C}$.
Commencer par déterminer une racine évidente z_0 pour laquelle $z_0^3 = a$. Alors $z^3 = z_0^3 \Leftrightarrow \left(\frac{z}{z_0}\right)^3 = 1 \Leftrightarrow \frac{z}{z_0} \in \{1, j, \bar{j}\}$

Application : Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^6 - 2z^3 + 2 = 0$ (*)

- On pose $Z = z^3$. Alors (*)$\Leftrightarrow Z^2 - 2Z + 2 = 0$

- Résolvons (E2) : $z^3 = 1 + i = \sqrt{2}e^{i\pi/4}$.

  Une racine évidente est

- Les coefficients de l'équation polynomiale (*) étant réels, les racines sont conjugées deux à deux. Ce qui permet de conclure :

Déterminer les racines cubiques d'un nombre complexe

Résoudre $z^3 = a$ où $a \in \mathbb{C}$.

Commencer par déterminer une racine évidente z_0 pour laquelle $z_0^3 = a$. Alors $z^3 = z_0^3 \Leftrightarrow \left(\frac{z}{z_0}\right)^3 = 1 \Leftrightarrow \frac{z}{z_0} \in \{1, j, \bar{j}\}$

Application : Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^6 - 2z^3 + 2 = 0$ (*)

- On pose $Z = z^3$. Alors (*)$\Leftrightarrow Z^2 - 2Z + 2 = 0$
  $\Delta = -4$ donc deux racines $Z = \frac{2 \pm 2i}{2} = 1 \pm i$
  (*)$\Leftrightarrow z^3 = 1 - i$ (E1) ou $z^3 = 1 + i$ (E2)
- Résolvons (E2) : $z^3 = 1 + i = \sqrt{2} e^{i\pi/4}$.

  Une racine évidente est
- Les coefficients de l'équation polynomiale (*) étant réels, les racines sont conjugées deux à deux. Ce qui permet de conclure :

Déterminer les racines cubiques d'un nombre complexe

Résoudre $z^3 = a$ où $a \in \mathbb{C}$.
Commencer par déterminer une racine évidente z_0 pour laquelle $z_0^3 = a$. Alors $z^3 = z_0^3 \Leftrightarrow \left(\frac{z}{z_0}\right)^3 = 1 \Leftrightarrow \frac{z}{z_0} \in \{1, j, \bar{j}\}$

Application : Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^6 - 2z^3 + 2 = 0$ (*)

- On pose $Z = z^3$. Alors (*)$\Leftrightarrow Z^2 - 2Z + 2 = 0$
  $\Delta = -4$ donc deux racines $Z = \frac{2 \pm 2i}{2} = 1 \pm i$
  (*)$\Leftrightarrow z^3 = 1 - i$ (E1) ou $z^3 = 1 + i$ (E2)
- Résolvons (E2) : $z^3 = 1 + i = \sqrt{2}e^{i\pi/4}$.

  Une racine évidente est $z_0 = 2^{\frac{1}{6}} e^{i\pi/12}$.

- Les coefficients de l'équation polynomiale (*) étant réels, les racines sont conjugées deux à deux. Ce qui permet de conclure :

Déterminer les racines cubiques d'un nombre complexe

Résoudre $z^3 = a$ où $a \in \mathbb{C}$.
Commencer par déterminer une racine évidente z_0 pour laquelle $z_0^3 = a$. Alors $z^3 = z_0^3 \Leftrightarrow \left(\frac{z}{z_0}\right)^3 = 1 \Leftrightarrow \frac{z}{z_0} \in \{1, j, \bar{j}\}$

Application : Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^6 - 2z^3 + 2 = 0$ (*)

- On pose $Z = z^3$. Alors (*)$\Leftrightarrow Z^2 - 2Z + 2 = 0$
  $\Delta = -4$ donc deux racines $Z = \frac{2 \pm 2i}{2} = 1 \pm i$
  (*)$\Leftrightarrow z^3 = 1 - i$ (E1) ou $z^3 = 1 + i$ (E2)
- Résolvons (E2) : $z^3 = 1 + i = \sqrt{2}e^{i\pi/4}$.
  Une racine évidente est $z_0 = 2^{\frac{1}{6}} e^{i\pi/12}$. D'où (E2)$\Leftrightarrow \left(\frac{z}{z_0}\right)^3 = 1$
  Concl : $z = z_0$ ou $z = jz_0$ ou $z = \bar{j}z_0$
- Les coefficients de l'équation polynomiale (*) étant réels, les racines sont conjugées deux à deux. Ce qui permet de conclure :

Déterminer les racines cubiques d'un nombre complexe

Résoudre $z^3 = a$ où $a \in \mathbb{C}$.
Commencer par déterminer une racine évidente z_0 pour laquelle $z_0^3 = a$. Alors $z^3 = z_0^3 \Leftrightarrow \left(\frac{z}{z_0}\right)^3 = 1 \Leftrightarrow \frac{z}{z_0} \in \{1, j, \bar{j}\}$

Application : Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^6 - 2z^3 + 2 = 0$ (*)

- On pose $Z = z^3$. Alors (*)$\Leftrightarrow Z^2 - 2Z + 2 = 0$
  $\Delta = -4$ donc deux racines $Z = \frac{2 \pm 2i}{2} = 1 \pm i$
  (*)$\Leftrightarrow z^3 = 1 - i$ (E1) ou $z^3 = 1 + i$ (E2)
- Résolvons (E2) : $z^3 = 1 + i = \sqrt{2} e^{i\pi/4}$.
  Une racine évidente est $z_0 = 2^{\frac{1}{6}} e^{i\pi/12}$. D'où (E2)$\Leftrightarrow \left(\frac{z}{z_0}\right)^3 = 1$
  Concl : $z = z_0$ ou $z = jz_0$ ou $z = \bar{j}z_0$
- Les coefficients de l'équation polynomiale (*) étant réels, les racines sont conjugées deux à deux. Ce qui permet de conclure : $\mathcal{S} = \{z_0, jz_0, \bar{j}z_0, \bar{z_0}, \bar{j}\bar{z_0}, j\bar{z_0}\}$

Quelques sommes usuelles

- $S_1 = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} cos(kx) =$
- $S_2 = \sum_{k=0}^{n} cos(kx) =$

Quelques sommes usuelles

- $S_1 = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} cos(kx) = \mathcal{R}e\left(1 + e^{ix}\right)^n = 2^n cos^n(\frac{x}{2}) cos(\frac{nx}{2})$
- $S_2 = \sum_{k=0}^{n} cos(kx) =$

Quelques sommes usuelles

- $S_1 = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} cos(kx) = \mathcal{R}e\left(1+e^{ix}\right)^n = 2^n cos^n(\frac{x}{2}) cos(\frac{nx}{2})$
- $S_2 = \sum_{k=0}^{n} cos(kx) = \mathcal{R}e\left(\sum_{k=0}^{n} e^{ikx}\right) = \mathcal{R}e\left(\sum_{k=0}^{n} \left(e^{ix}\right)^k\right)$
  Si $e^{ix} = 1$, càd $x = 0[2\pi]$, alors $S_1 = n+1$.

Quelques sommes usuelles

- $S_1 = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} cos(kx) = \mathcal{R}e \left(1 + e^{ix}\right)^n = 2^n cos^n(\frac{x}{2}) cos(\frac{nx}{2})$
- $S_2 = \sum_{k=0}^{n} cos(kx) = \mathcal{R}e \left(\sum_{k=0}^{n} e^{ikx}\right) = \mathcal{R}e \left(\sum_{k=0}^{n} \left(e^{ix}\right)^k\right)$

  Si $e^{ix} = 1$, càd $x = 0[2\pi]$, alors $S_1 = n + 1$.

  Si $e^{ix} \neq 1$, càd $x \neq 0[2\pi]$, alors :

$$S_2 = \mathcal{R}e \frac{1 - e^{i(n+1)x}}{1 - e^{ix}} = \mathcal{R}e \frac{e^{i\frac{(n+1)x}{2}} \left(-2isin(\frac{(n+1)x}{2})\right)}{e^{i\frac{x}{2}} \left(-2isin(\frac{x}{2})\right)}$$

Quelques sommes usuelles

- $S_1 = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} cos(kx) = \mathcal{R}e \left(1 + e^{ix}\right)^n = 2^n cos^n(\frac{x}{2}) cos(\frac{nx}{2})$
- $S_2 = \sum_{k=0}^{n} cos(kx) = \mathcal{R}e \left(\sum_{k=0}^{n} e^{ikx}\right) = \mathcal{R}e \left(\sum_{k=0}^{n} \left(e^{ix}\right)^k\right)$

  Si $e^{ix} = 1$, càd $x = 0[2\pi]$, alors $S_1 = n + 1$.
  Si $e^{ix} \neq 1$, càd $x \neq 0[2\pi]$, alors :

$$S_2 = \mathcal{R}e \frac{1 - e^{i(n+1)x}}{1 - e^{ix}} = \mathcal{R}e \frac{e^{i\frac{(n+1)x}{2}} \left(-2isin(\frac{(n+1)x}{2})\right)}{e^{i\frac{x}{2}} \left(-2isin(\frac{x}{2})\right)}$$

Conclusion : $S_1 = \dfrac{cos(\frac{nx}{2}) sin(\frac{(n+1)x}{2})}{sin(\frac{x}{2})}$

Table des matières

Dérivation et degré d'un polynôme

- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{p} a_k X^k$, $a_p \neq 0$. Alors :

$P'(X) =$

- Si $\deg(P) = n$, $n \in \mathbb{N}^*$, alors, $\forall k \in \mathbb{N}$,

$$\deg(P^{(k)}) =$$

- Donner la dérivée k-ième de X^n :

Dérivation et degré d'un polynôme

- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{p} a_k X^k$, $a_p \neq 0$. Alors :

$$P'(X) = \sum_{k=1}^{p} k a_k X^{k-1}$$

- Si $\deg(P) = n$, $n \in \mathbb{N}^*$, alors, $\forall k \in \mathbb{N}$,

$$\deg(P^{(k)}) =$$

- Donner la dérivée k-ième de X^n :

Dérivation et degré d'un polynôme

- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{p} a_k X^k$, $a_p \neq 0$. Alors :

$$P'(X) = \sum_{k=1}^{p} k a_k X^{k-1}$$

- Si $\deg(P) = n$, $n \in \mathbb{N}^*$, alors, $\forall k \in \mathbb{N}$,

$$\deg(P^{(k)}) = \begin{cases} n-k & \text{si } 0 \leq k \leq n \\ -\infty & \text{si } k > n \end{cases}$$

- Donner la dérivée k-ième de X^n :

Dérivation et degré d'un polynôme

- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{p} a_k X^k$, $a_p \neq 0$. Alors :

$$P'(X) = \sum_{k=1}^{p} k a_k X^{k-1}$$

- Si $\deg(P) = n$, $n \in \mathbb{N}^*$, alors, $\forall k \in \mathbb{N}$,

$$\deg(P^{(k)}) = \begin{cases} n-k & \text{si } 0 \leq k \leq n \\ -\infty & \text{si } k > n \end{cases}$$

- Donner la dérivée k-ième de X^n :

$$(X^n)^{(k)} = \begin{cases} \dfrac{n!}{(n-k)!} X^{n-k} & \text{si } 0 \leq k \leq n \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

degré d'une somme, d'un produit

Rappel : $\forall (P,Q) \in \mathbb{R}[X]$, $\deg(P \cdot Q) =$; $\deg(P+Q)$

- $\deg(AP') =$; $\deg(BP) =$
  Que peut-on dire de $\deg(AP' + BP)$
- Précisons : On pose $P(X) = \sum_{k=0}^{p} a_k X^k$, $a_p \neq 0$

degré d'une somme, d'un produit

Rappel : $\forall (P,Q) \in \mathbb{R}[X]$, $\deg(P \cdot Q) =$ $\deg(P) + \deg(Q)$;
$\deg(P + Q)$

- $\deg(AP') =$; $\deg(BP) =$
  Que peut-on dire de $\deg(AP' + BP)$
- Précisons : On pose $P(X) = \sum_{k=0}^{p} a_k X^k$, $a_p \neq 0$

degré d'une somme, d'un produit

Rappel : $\forall (P,Q) \in \mathbb{R}[X]$, $\deg(P\cdot Q) = \deg(P) + \deg(Q)$; $\deg(P+Q) \leq \max(\deg(P), \deg(Q))$;

- $\deg(AP') =$; $\deg(BP) =$
  Que peut-on dire de $\deg(AP'+BP)$
- Précisons : On pose $P(X) = \sum_{k=0}^{p} a_k X^k$, $a_p \neq 0$

degré d'une somme, d'un produit

Rappel : $\forall (P,Q) \in \mathbb{R}[X]$, $\deg(P \cdot Q) = \deg(P) + \deg(Q)$;
$\deg(P+Q) \leq \max(\deg(P), \deg(Q))$;

Application : Soit $A(X) = aX^n$, $B(X) = bX^{n-1}$ où $(a,b) \in \mathbb{R}^*$ et
$P \in \mathbb{R}[X] / \deg(P) = p$

- $\deg(AP') =$; $\deg(BP) =$
  Que peut-on dire de $\deg(AP' + BP)$
- Précisons : On pose $P(X) = \sum_{k=0}^{p} a_k X^k$, $a_p \neq 0$

degré d'une somme, d'un produit

Rappel : $\forall (P,Q) \in \mathbb{R}[X]$, $\deg(P \cdot Q) = \deg(P) + \deg(Q)$;
$\deg(P+Q) \leq \max(\deg(P), \deg(Q))$;

Application : Soit $A(X) = aX^n$, $B(X) = bX^{n-1}$ où $(a,b) \in \mathbb{R}^*$ et $P \in \mathbb{R}[X] / \deg(P) = p$

- $\deg(AP') =$; $\deg(BP) =$
  Que peut-on dire de $\deg(AP' + BP)$?
- Précisons : On pose $P(X) = \displaystyle\sum_{k=0}^{p} a_k X^k$, $a_p \neq 0$

degré d'une somme, d'un produit

Rappel : $\forall (P, Q) \in \mathbb{R}[X]$, $\deg(P \cdot Q) = \deg(P) + \deg(Q)$;
$\deg(P + Q) \leq \max(\deg(P), \deg(Q))$;

Application : Soit $A(X) = aX^n$, $B(X) = bX^{n-1}$ où $(a, b) \in \mathbb{R}^*$ et $P \in \mathbb{R}[X] / \deg(P) = p$

- $\deg(AP') = n + p - 1$; $\deg(BP) = n + p - 1$
  Que peut-on dire de $\deg(AP' + BP)$
- Précisons : On pose $P(X) = \sum_{k=0}^{p} a_k X^k$, $a_p \neq 0$

degré d'une somme, d'un produit

Rappel : $\forall (P, Q) \in \mathbb{R}[X]$, $\deg(P \cdot Q) = \deg(P) + \deg(Q)$;
$\deg(P + Q) \leq \max(\deg(P), \deg(Q))$;

Application : Soit $A(X) = aX^n$, $B(X) = bX^{n-1}$ où $(a, b) \in \mathbb{R}^*$ et $P \in \mathbb{R}[X] / \deg(P) = p$

- $\deg(AP') = n + p - 1$; $\deg(BP) = n + p - 1$
  Que peut-on dire de $\deg(AP' + BP)$ $\leq n + p - 1$
- Précisons : On pose $P(X) = \sum_{k=0}^{p} a_k X^k$, $a_p \neq 0$

degré d'une somme, d'un produit

Rappel : $\forall (P,Q) \in \mathbb{R}[X]$, $\deg(P \cdot Q) = \deg(P) + \deg(Q)$;
$\deg(P+Q) \leq \max(\deg(P), \deg(Q))$;

Application : Soit $A(X) = aX^n$, $B(X) = bX^{n-1}$ où $(a,b) \in \mathbb{R}^*$ et $P \in \mathbb{R}[X] / \deg(P) = p$

- $\deg(AP') = n + p - 1$; $\deg(BP) = n + p - 1$
  Que peut-on dire de $\deg(AP' + BP) \ \leq n + p - 1$
- Précisons : On pose $P(X) = \displaystyle\sum_{k=0}^{p} a_k X^k$, $a_p \neq 0$

degré d'une somme, d'un produit

Rappel : $\forall (P,Q) \in \mathbb{R}[X]$, $\deg(P \cdot Q) = \deg(P) + \deg(Q)$;
$\deg(P+Q) \leq \max(\deg(P), \deg(Q))$;

Application : Soit $A(X) = aX^n$, $B(X) = bX^{n-1}$ où $(a,b) \in \mathbb{R}^*$ et $P \in \mathbb{R}[X] / \deg(P) = p$

- $\deg(AP') = n + p - 1$; $\deg(BP) = n + p - 1$
  Que peut-on dire de $\deg(AP' + BP)$ $\leq n + p - 1$
- Précisons : On pose $P(X) = \displaystyle\sum_{k=0}^{p} a_k X^k$, $a_p \neq 0$
  D'où $AP' + BP = (apa_p + ba_p)X^{n+p-1} + R(X)$ où $\deg(R) \leq n + p - 2$

degré d'une somme, d'un produit

Rappel : $\forall (P,Q) \in \mathbb{R}[X]$, $\deg(P \cdot Q) = \deg(P) + \deg(Q)$;
$\deg(P+Q) \leq \max(\deg(P), \deg(Q))$;

Application : Soit $A(X) = aX^n$, $B(X) = bX^{n-1}$ où $(a,b) \in \mathbb{R}^*$ et $P \in \mathbb{R}[X] / \deg(P) = p$

- $\deg(AP') = n+p-1$; $\deg(BP) = n+p-1$
  Que peut-on dire de $\deg(AP' + BP)$ $\leq n+p-1$
- Précisons : On pose $P(X) = \sum_{k=0}^{p} a_k X^k$, $a_p \neq 0$
  D'où $AP' + BP = (apa_p + ba_p)X^{n+p-1} + R(X)$ où $\deg(R) \leq n+p-2$
  conclusion : $\deg(AP'+BP) = \begin{cases} n+p-1 & \text{si } ap+b \neq 0 \\ n+p-2 & \text{si } ap+b = 0 \end{cases}$

Formule de Taylor

Rappel :

Soit $P \in \mathbb{K}[X]$ de degré n. Alors pour tout $\alpha \in \mathbb{K}$

$$P(X) =$$

- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$. Exprimer pour tout $0 \leq k \leq n$, a_k en fonction de la dérivée k-ième de P en 0 : ;
- Soit $P(X) = X^n$. Exprimer la formule de Taylor pour $\alpha = 1$:

Formule de Taylor

Rappel :

Soit $P \in \mathbb{K}[X]$ de degré n. Alors pour tout $\alpha \in \mathbb{K}$

$$P(X) = \sum_{k=0}^{n} \frac{P^{(k)}(\alpha)}{k!}(X-\alpha)^k$$

- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$. Exprimer pour tout $0 \leq k \leq n$, a_k en fonction de la dérivée k-ième de P en 0 : ;
- Soit $P(X) = X^n$. Exprimer la formule de Taylor pour $\alpha = 1$:

Formule de Taylor

Rappel :

Soit $P \in \mathbb{K}[X]$ de degré n. Alors pour tout $\alpha \in \mathbb{K}$

$$P(X) = \sum_{k=0}^{n} \frac{P^{(k)}(\alpha)}{k!}(X-\alpha)^k$$

- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$. Exprimer pour tout $0 \leq k \leq n$, a_k en fonction de la dérivée k-ième de P en 0 : ;
- Soit $P(X) = X^n$. Exprimer la formule de Taylor pour $\alpha = 1$:

Formule de Taylor

Rappel :

Soit $P \in \mathbb{K}[X]$ de degré n. Alors pour tout $\alpha \in \mathbb{K}$

$$P(X) = \sum_{k=0}^{n} \frac{P^{(k)}(\alpha)}{k!}(X-\alpha)^k$$

- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$. Exprimer pour tout $0 \leq k \leq n$, a_k en fonction de la dérivée k-ième de P en 0 : $a_k = P^{(k)}(0)/k!$;
- Soit $P(X) = X^n$. Exprimer la formule de Taylor pour $\alpha = 1$:

Formule de Taylor

Rappel :

Soit $P \in \mathbb{K}[X]$ de degré n. Alors pour tout $\alpha \in \mathbb{K}$

$$P(X) = \sum_{k=0}^{n} \frac{P^{(k)}(\alpha)}{k!}(X-\alpha)^k$$

- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$. Exprimer pour tout $0 \leq k \leq n$, a_k en fonction de la dérivée k-ième de P en 0 : $a_k = P^{(k)}(0)/k!$;
- Soit $P(X) = X^n$. Exprimer la formule de Taylor pour $\alpha = 1$:

Formule de Taylor

Rappel :

Soit $P \in \mathbb{K}[X]$ de degré n. Alors pour tout $\alpha \in \mathbb{K}$

$$P(X) = \sum_{k=0}^{n} \frac{P^{(k)}(\alpha)}{k!}(X-\alpha)^k$$

- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$. Exprimer pour tout $0 \leq k \leq n$, a_k en fonction de la dérivée k-ième de P en 0 : $a_k = P^{(k)}(0)/k!$;
- Soit $P(X) = X^n$. Exprimer la formule de Taylor pour $\alpha = 1$:
$$X^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{(n-k)!k!}(X-1)^k = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}(X-1)^k.$$

Formule de Taylor

Rappel :

Soit $P \in \mathbb{K}[X]$ de degré n. Alors pour tout $\alpha \in \mathbb{K}$

$$P(X) = \sum_{k=0}^{n} \frac{P^{(k)}(\alpha)}{k!}(X-\alpha)^k$$

- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$. Exprimer pour tout $0 \leq k \leq n$, a_k en fonction de la dérivée k-ième de P en 0 : $a_k = P^{(k)}(0)/k!$;
- Soit $P(X) = X^n$. Exprimer la formule de Taylor pour $\alpha = 1$: $X^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{(n-k)!k!}(X-1)^k = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (X-1)^k$. Ne pouvait-on pas retrouver autrement ce résultat ?

Formule de Taylor

Rappel :

Soit $P \in \mathbb{K}[X]$ de degré n. Alors pour tout $\alpha \in \mathbb{K}$

$$P(X) = \sum_{k=0}^{n} \frac{P^{(k)}(\alpha)}{k!}(X-\alpha)^k$$

- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$. Exprimer pour tout $0 \leq k \leq n$, a_k en fonction de la dérivée k-ième de P en 0 : $a_k = P^{(k)}(0)/k!$;
- Soit $P(X) = X^n$. Exprimer la formule de Taylor pour $\alpha = 1$: $X^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{(n-k)!k!}(X-1)^k = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (X-1)^k$. Ne pouvait-on pas retrouver autrement ce résultat ?
  Oui...

Formule de Taylor

Rappel :

Soit $P \in \mathbb{K}[X]$ de degré n. Alors pour tout $\alpha \in \mathbb{K}$

$$P(X) = \sum_{k=0}^{n} \frac{P^{(k)}(\alpha)}{k!}(X-\alpha)^k$$

- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$. Exprimer pour tout $0 \leq k \leq n$, a_k en fonction de la dérivée k-ième de P en 0 : $a_k = P^{(k)}(0)/k!$;
- Soit $P(X) = X^n$. Exprimer la formule de Taylor pour $\alpha = 1$: $X^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{(n-k)!k!}(X-1)^k = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (X-1)^k$. Ne pouvait-on pas retrouver autrement ce résultat ? **Oui**...$X^n = (X-1+1)^n$

Racines d'un polynôme

- Soit $P(\alpha) = 0$, $\alpha \in \mathbb{C}$, a-t-on toujours $P(\bar{\alpha}) = 0$?
- Soit $P(X) = X^2 + bX + c$ de racines dans $\mathbb{C}$, α et β. Alors : $\alpha + \beta =$; $\alpha \cdot \beta =$
- Soit $P(X) = a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1 et α_2. Alors : $\alpha_1 + \alpha_2 =$; $\alpha_1\ \alpha_2 =$
- Soit $P(X) = a_3X^3 + a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1, α_2 et α_3. Alors : $\alpha_l + \alpha_2 + \alpha_3 =$; $\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 =$ et $\alpha_l\ \alpha_2\alpha_3 =$
- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_kX^k$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_i, $1 \leq i \leq n$.

  Alors : $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i =$; $\prod_{i=1}^{n} \alpha_i =$

Racines d'un polynôme

- Soit $P(\alpha) = 0$, $\alpha \in \mathbb{C}$, a-t-on toujours $P(\bar{\alpha}) = 0$?
  Non, sauf si $P \in \mathbb{R}[X]$
- Soit $P(X) = X^2 + bX + c$ de racines dans $\mathbb{C}$, α et β. Alors :
  $\alpha + \beta =$; $\alpha \cdot \beta =$
- Soit $P(X) = a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1 et α_2.
  Alors : $\alpha_1 + \alpha_2 =$; $\alpha_1\ \alpha_2 =$
- Soit $P(X) = a_3X^3 + a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1, α_2 et α_3. Alors : $\alpha_l + \alpha_2 + \alpha_3 =$;
  $\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 =$ et $\alpha_l\ \alpha_2\alpha_3 =$
- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_kX^k$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_i, $1 \leq i \leq n$.

  Alors : $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i =$; $\prod_{i=1}^{n} \alpha_i =$

Racines d'un polynôme

- Soit $P(\alpha) = 0$, $\alpha \in \mathbb{C}$, a-t-on toujours $P(\bar{\alpha}) = 0$?
  Non, sauf si $P \in \mathbb{R}[X]$
- Soit $P(X) = X^2 + bX + c$ de racines dans $\mathbb{C}$, α et β. Alors :
  $\alpha + \beta =$; $\alpha \cdot \beta =$
- Soit $P(X) = a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1 et α_2.
  Alors : $\alpha_1 + \alpha_2 =$; $\alpha_1\ \alpha_2 =$
- Soit $P(X) = a_3X^3 + a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1, α_2 et α_3. Alors : $\alpha_l + \alpha_2 + \alpha_3 =$;
  $\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 =$ et $\alpha_l\ \alpha_2\alpha_3 =$
- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_kX^k$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_i, $1 \leq i \leq n$.

  Alors : $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i =$; $\prod_{i=1}^{n} \alpha_i =$

Racines d'un polynôme

- Soit $P(\alpha) = 0$, $\alpha \in \mathbb{C}$, a-t-on toujours $P(\bar{\alpha}) = 0$?
  Non, sauf si $P \in \mathbb{R}[X]$
- Soit $P(X) = X^2 + bX + c$ de racines dans $\mathbb{C}$, α et β. Alors :
  $\alpha + \beta = -b$; $\alpha \cdot \beta = c$.
- Soit $P(X) = a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1 et α_2.
  Alors : $\alpha_1 + \alpha_2 =$; $\alpha_1\ \alpha_2 =$
- Soit $P(X) = a_3X^3 + a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1, α_2 et α_3. Alors : $\alpha_l + \alpha_2 + \alpha_3 =$;
  $\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 =$ et $\alpha_l\ \alpha_2\alpha_3 =$
- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_kX^k$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_i, $1 \leq i \leq n$.

  Alors : $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i =$; $\prod_{i=1}^{n} \alpha_i =$

Racines d'un polynôme

- Soit $P(\alpha) = 0$, $\alpha \in \mathbb{C}$, a-t-on toujours $P(\bar{\alpha}) = 0$?
  Non, sauf si $P \in \mathbb{R}[X]$
- Soit $P(X) = X^2 + bX + c$ de racines dans $\mathbb{C}$, α et β. Alors :
  $\alpha + \beta = -b$; $\alpha \cdot \beta = c$.
- Soit $P(X) = a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1 et α_2.
  Alors : $\alpha_1 + \alpha_2 =$; $\alpha_1\ \alpha_2 =$
- Soit $P(X) = a_3X^3 + a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1, α_2 et α_3. Alors : $\alpha_l + \alpha_2 + \alpha_3 =$;
  $\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 =$ et $\alpha_l\ \alpha_2\alpha_3 =$
- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_kX^k$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_i, $1 \leq i \leq n$.

  Alors : $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i =$; $\prod_{i=1}^{n} \alpha_i =$

Racines d'un polynôme

- Soit $P(\alpha) = 0$, $\alpha \in \mathbb{C}$, a-t-on toujours $P(\bar{\alpha}) = 0$?
  Non, sauf si $P \in \mathbb{R}[X]$
- Soit $P(X) = X^2 + bX + c$ de racines dans $\mathbb{C}$, α et β. Alors :
  $\alpha + \beta = -b$; $\alpha \cdot \beta = c$.
- Soit $P(X) = a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1 et α_2.
  Alors : $\alpha_1 + \alpha_2 = -a_1/a_2$; $\alpha_1\ \alpha_2 = a_0/a_2$.
- Soit $P(X) = a_3X^3 + a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1, α_2 et α_3. Alors : $\alpha_l + \alpha_2 + \alpha_3 =$;
  $\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 =$ et $\alpha_l\ \alpha_2\alpha_3 =$
- Soit $P(X) = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_kX^k$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_i, $1 \leq i \leq n$.

  Alors : $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \alpha_i =$; $\displaystyle\prod_{i=1}^{n} \alpha_i =$

Racines d'un polynôme

- Soit $P(\alpha) = 0$, $\alpha \in \mathbb{C}$, a-t-on toujours $P(\bar{\alpha}) = 0$?
  Non, sauf si $P \in \mathbb{R}[X]$
- Soit $P(X) = X^2 + bX + c$ de racines dans $\mathbb{C}$, α et β. Alors :
  $\alpha + \beta = -b$; $\alpha \cdot \beta = c$.
- Soit $P(X) = a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1 et α_2.
  Alors : $\alpha_1 + \alpha_2 = -a_1/a_2$; $\alpha_1\ \alpha_2 = a_0/a_2$.
- Soit $P(X) = a_3X^3 + a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1, α_2 et α_3. Alors : $\alpha_l + \alpha_2 + \alpha_3 =$;
  $\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 =$ et $\alpha_l\ \alpha_2\alpha_3 =$
- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_kX^k$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_i, $1 \leq i \leq n$.

  Alors : $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i =$; $\prod_{i=1}^{n} \alpha_i =$

Racines d'un polynôme

- Soit $P(\alpha) = 0$, $\alpha \in \mathbb{C}$, a-t-on toujours $P(\bar{\alpha}) = 0$?
  Non, sauf si $P \in \mathbb{R}[X]$
- Soit $P(X) = X^2 + bX + c$ de racines dans $\mathbb{C}$, α et β. Alors :
  $\alpha + \beta = -b$; $\alpha \cdot \beta = c$.
- Soit $P(X) = a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1 et α_2.
  Alors : $\alpha_1 + \alpha_2 = -a_1/a_2$; $\alpha_1\ \alpha_2 = a_0/a_2$.
- Soit $P(X) = a_3X^3 + a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1,
  α_2 et α_3. Alors : $\alpha_l + \alpha_2 + \alpha_3 = -a_2/a_3$;
  $\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 = a_1/a_3$ et $\alpha_l\ \alpha_2\alpha_3 = -a_0/a_3$
- Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_i, $1 \le i \le n$.

  Alors : $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i =$; $\prod_{i=1}^{n} \alpha_i =$

Racines d'un polynôme

- Soit $P(\alpha) = 0$, $\alpha \in \mathbb{C}$, a-t-on toujours $P(\bar{\alpha}) = 0$?
  Non, sauf si $P \in \mathbb{R}[X]$
- Soit $P(X) = X^2 + bX + c$ de racines dans $\mathbb{C}$, α et β. Alors : $\alpha + \beta = -b$; $\alpha \cdot \beta = c$.
- Soit $P(X) = a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1 et α_2. Alors : $\alpha_1 + \alpha_2 = -a_1/a_2$; $\alpha_1\ \alpha_2 = a_0/a_2$.
- Soit $P(X) = a_3X^3 + a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1, α_2 et α_3. Alors : $\alpha_l + \alpha_2 + \alpha_3 = -a_2/a_3$;
  $\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 = a_1/a_3$ et $\alpha_l\ \alpha_2\alpha_3 = -a_0/a_3$
- Soit $P(X) = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_kX^k$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_i, $1 \leq i \leq n$.

  Alors : $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \alpha_i =$; $\displaystyle\prod_{i=1}^{n} \alpha_i =$

Racines d'un polynôme

- Soit $P(\alpha) = 0$, $\alpha \in \mathbb{C}$, a-t-on toujours $P(\bar{\alpha}) = 0$?
  Non, sauf si $P \in \mathbb{R}[X]$
- Soit $P(X) = X^2 + bX + c$ de racines dans $\mathbb{C}$, α et β. Alors : $\alpha + \beta = -b$; $\alpha \cdot \beta = c$.
- Soit $P(X) = a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1 et α_2. Alors : $\alpha_1 + \alpha_2 = -a_1/a_2$; $\alpha_1\ \alpha_2 = a_0/a_2$.
- Soit $P(X) = a_3X^3 + a_2X^2 + a_1X + a_0$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_1, α_2 et α_3. Alors : $\alpha_l + \alpha_2 + \alpha_3 = -a_2/a_3$;
  $\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 = a_1/a_3$ et $\alpha_l\ \alpha_2\alpha_3 = -a_0/a_3$
- Soit $P(X) = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_kX^k$ de racines dans $\mathbb{C}$, α_i, $1 \leq i \leq n$.
  Alors : $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = -a_{n-1}/a_n$; $\displaystyle\prod_{i=1}^{n} \alpha_i = (-1)^n P(0)/a_n$

Décomposition d'un polynôme

Factoriser les polynômes suivants dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$

- $P_1(X) = X^2 - 1$
- $P_2(X) = X^2 + 4$

- $P_3(X) = 2X^2 - 4X + 2$
- $P_4(X) = 2X^2 - 3X + 1$

- $P_5(X) = X^6 - 1 =$

Décomposition d'un polynôme

Factoriser les polynômes suivants dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$

- $P_1(X) = X^2 - 1$; $P_1 = (X-1)(X+1)$ dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$
- $P_2(X) = X^2 + 4$
- $P_3(X) = 2X^2 - 4X + 2$
- $P_4(X) = 2X^2 - 3X + 1$
- $P_5(X) = X^6 - 1 =$

Décomposition d'un polynôme

Factoriser les polynômes suivants dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$

- $P_1(X) = X^2 - 1$; $P_1 = (X-1)(X+1)$ dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$
- $P_2(X) = X^2 + 4$; $P_2 = (X-2i)(X+2i)$ dans $\mathbb{C}$ et $P_2(X) = X^2 + 4$ dans $\mathbb{R}$
- $P_3(X) = 2X^2 - 4X + 2$
- $P_4(X) = 2X^2 - 3X + 1$
- $P_5(X) = X^6 - 1 =$

Décomposition d'un polynôme

Factoriser les polynômes suivants dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$

- $P_1(X) = X^2 - 1$; $P_1 = (X-1)(X+1)$ dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$
- $P_2(X) = X^2 + 4$; $P_2 = (X-2i)(X+2i)$ dans $\mathbb{C}$ et $P_2(X) = X^2 + 4$ dans $\mathbb{R}$
- $P_3(X) = 2X^2 - 4X + 2$; $P_3 = 2(X-1)^2$ dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$
- $P_4(X) = 2X^2 - 3X + 1$
- $P_5(X) = X^6 - 1 =$

Décomposition d'un polynôme

Factoriser les polynômes suivants dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$

- $P_1(X) = X^2 - 1$; $P_1 = (X-1)(X+1)$ dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$
- $P_2(X) = X^2 + 4$; $P_2 = (X-2i)(X+2i)$ dans $\mathbb{C}$ et $P_2(X) = X^2 + 4$ dans $\mathbb{R}$
- $P_3(X) = 2X^2 - 4X + 2$; $P_3 = 2(X-1)^2$ dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$
- $P_4(X) = 2X^2 - 3X + 1$; $P_4 = 2(X-1)(X-\frac{1}{2})$ dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$
- $P_5(X) = X^6 - 1 =$

Décomposition d'un polynôme

Factoriser les polynômes suivants dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$

- $P_1(X) = X^2 - 1$; $P_1 = (X-1)(X+1)$ dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$
- $P_2(X) = X^2 + 4$; $P_2 = (X-2i)(X+2i)$ dans $\mathbb{C}$ et $P_2(X) = X^2 + 4$ dans $\mathbb{R}$
- $P_3(X) = 2X^2 - 4X + 2$; $P_3 = 2(X-1)^2$ dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$
- $P_4(X) = 2X^2 - 3X + 1$; $P_4 = 2(X-1)(X-\frac{1}{2})$ dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$
- $P_5(X) = X^6 - 1 = (X-1)(X+1)(X-e^{i\frac{\pi}{3}})(X-e^{-i\frac{\pi}{3}})(X-e^{2i\frac{\pi}{3}})(X-e^{-2i\frac{\pi}{3}})$

Décomposition d'un polynôme

Factoriser les polynômes suivants dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$

- $P_1(X) = X^2 - 1$; $P_1 = (X-1)(X+1)$ dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$
- $P_2(X) = X^2 + 4$; $P_2 = (X-2i)(X+2i)$ dans $\mathbb{C}$ et $P_2(X) = X^2 + 4$ dans $\mathbb{R}$
- $P_3(X) = 2X^2 - 4X + 2$; $P_3 = 2(X-1)^2$ dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$
- $P_4(X) = 2X^2 - 3X + 1$; $P_4 = 2(X-1)(X-\frac{1}{2})$ dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$
- $P_5(X) = X^6 - 1 =$ $(X-1)(X+1)(X-e^{i\frac{\pi}{3}})(X-e^{-i\frac{\pi}{3}})(X-e^{2i\frac{\pi}{3}})(X-e^{-2i\frac{\pi}{3}})$
  Soit $P_5(X) =$

Décomposition d'un polynôme

Factoriser les polynômes suivants dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$

- $P_1(X) = X^2 - 1$; $P_1 = (X-1)(X+1)$ dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$
- $P_2(X) = X^2 + 4$; $P_2 = (X-2i)(X+2i)$ dans $\mathbb{C}$ et $P_2(X) = X^2 + 4$ dans $\mathbb{R}$
- $P_3(X) = 2X^2 - 4X + 2$; $P_3 = 2(X-1)^2$ dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$
- $P_4(X) = 2X^2 - 3X + 1$; $P_4 = 2(X-1)(X-\frac{1}{2})$ dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$
- $P_5(X) = X^6 - 1 = (X-1)(X+1)(X-e^{i\frac{\pi}{3}})(X-e^{-i\frac{\pi}{3}})(X-e^{2i\frac{\pi}{3}})(X-e^{-2i\frac{\pi}{3}})$
  Soit $P_5(X) = (X-1)(X+1)(X^2-X+1)(X^2+X+1)$

racines multiples

Rappel : $P \in \mathbb{K}[X]$. P admet a pour racine multiple d'ordre r si :
$\exists Q \in \mathbb{K}[X] / P(X) = (X-a)^r Q(X)$, avec $Q(a) \neq 0$
$P(a) = 0 = P'(a) = ... = P^{(r-1)}(a)$ et $P^{(r)}(a) \neq 0$

Application : Soit $P(X) = (X+1)^7 - X^7 - 1$.

- Montrer que j est racine double de P :

  Conséquence ?
- Donner deux racines évidentes de P : . Quel est leur ordre de multiplicité ?
- Factoriser P dans $\mathbb{C}$ et dans $\mathbb{R}$:
  Dans $\mathbb{C}$,
  Dans $\mathbb{R}$,

racines multiples

Rappel : $P \in \mathbb{K}[X]$. P admet a pour racine multiple d'ordre r si :
$\exists Q \in \mathbb{K}[X] / P(X) = (X-a)^r Q(X)$, avec $Q(a) \neq 0$
$P(a) = 0 = P'(a) = \dots = P^{(r-1)}(a)$ et $P^{(r)}(a) \neq 0$

Application : Soit $P(X) = (X+1)^7 - X^7 - 1$.

- Montrer que j est racine double de P : On note que $P'(X) = 7[(X+1)^6 - X^6]$. D'où $P(j) = P'(j) = 0$ C.Q.F.D. Conséquence ?
- Donner deux racines évidentes de P : . Quel est leur ordre de multiplicité ?
- Factoriser P dans $\mathbb{C}$ et dans $\mathbb{R}$:
  Dans $\mathbb{C}$,
  Dans $\mathbb{R}$,

racines multiples

Rappel : $P \in \mathbb{K}[X]$. P admet a pour racine multiple d'ordre r si :
$\exists Q \in \mathbb{K}[X] / P(X) = (X-a)^r Q(X)$, avec $Q(a) \neq 0$
$P(a) = 0 = P'(a) = ... = P^{(r-1)}(a)$ et $P^{(r)}(a) \neq 0$

Application : Soit $P(X) = (X+1)^7 - X^7 - 1$.

- Montrer que j est racine double de P : On note que $P'(X) = 7[(X+1)^6 - X^6]$. D'où $P(j) = P'(j) = 0$ C.Q.F.D. Conséquence ? $P \in \mathbb{R}[X]$ donc $j^2 = \bar{j}$ est racine double de P.
- Donner deux racines évidentes de P : . Quel est leur ordre de multiplicité ?
- Factoriser P dans $\mathbb{C}$ et dans $\mathbb{R}$:
  Dans $\mathbb{C}$,
  Dans $\mathbb{R}$,

racines multiples

Rappel : $P \in \mathbb{K}[X]$. P admet a pour racine multiple d'ordre r si :
$\exists Q \in \mathbb{K}[X] / P(X) = (X-a)^r Q(X)$, avec $Q(a) \neq 0$
$P(a) = 0 = P'(a) = ... = P^{(r-1)}(a)$ et $P^{(r)}(a) \neq 0$

Application : Soit $P(X) = (X+1)^7 - X^7 - 1$.

- Montrer que j est racine double de P : On note que $P'(X) = 7[(X+1)^6 - X^6]$. D'où $P(j) = P'(j) = 0$ C.Q.F.D. Conséquence ? $P \in \mathbb{R}[X]$ donc $j^2 = \bar{j}$ est racine double de P.
- Donner deux racines évidentes de P : 0 et -1. Quel est leur ordre de multiplicité ?
- Factoriser P dans $\mathbb{C}$ et dans $\mathbb{R}$:
  Dans $\mathbb{C}$,
  Dans $\mathbb{R}$,

racines multiples

Rappel : $P \in \mathbb{K}[X]$. P admet a pour racine multiple d'ordre r si :
$\exists Q \in \mathbb{K}[X] / P(X) = (X-a)^r Q(X)$, avec $Q(a) \neq 0$
$P(a) = 0 = P'(a) = \dots = P^{(r-1)}(a)$ et $P^{(r)}(a) \neq 0$

Application : Soit $P(X) = (X+1)^7 - X^7 - 1$.

- Montrer que j est racine double de P : On note que $P'(X) = 7[(X+1)^6 - X^6]$. D'où $P(j) = P'(j) = 0$ C.Q.F.D. Conséquence ? $P \in \mathbb{R}[X]$ donc $j^2 = \bar{j}$ est racine double de P.
- Donner deux racines évidentes de P : 0 et -1. Quel est leur ordre de multiplicité ? P admet 6 racines dans $\mathbb{C}$, comptées avec leur ordre de multiplicité. Donc **racines simples**.
- Factoriser P dans $\mathbb{C}$ et dans $\mathbb{R}$:
  Dans $\mathbb{C}$,
  Dans $\mathbb{R}$,

racines multiples

Rappel : $P \in \mathbb{K}[X]$. P admet a pour racine multiple d'ordre r si :
$\exists Q \in \mathbb{K}[X] / P(X) = (X-a)^r Q(X)$, avec $Q(a) \neq 0$
$P(a) = 0 = P'(a) = ... = P^{(r-1)}(a)$ et $P^{(r)}(a) \neq 0$

Application : Soit $P(X) = (X+1)^7 - X^7 - 1$.

- Montrer que j est racine double de P : On note que $P'(X) = 7[(X+1)^6 - X^6]$. D'où $P(j) = P'(j) = 0$ C.Q.F.D.
  Conséquence ? $P \in \mathbb{R}[X]$ donc $j^2 = \bar{j}$ est racine double de P.
- Donner deux racines évidentes de P : 0 et -1. Quel est leur ordre de multiplicité ? P admet 6 racines dans $\mathbb{C}$, comptées avec leur ordre de multiplicité. Donc **racines simples**.
- Factoriser P dans $\mathbb{C}$ et dans $\mathbb{R}$:
  Dans $\mathbb{C}$, $P(X) = 7X(X+1)(X-j)^2(X-\bar{j})^2$
  Dans $\mathbb{R}$,

racines multiples

Rappel : $P \in \mathbb{K}[X]$. P admet a pour racine multiple d'ordre r si :
$\exists Q \in \mathbb{K}[X] / P(X) = (X-a)^r Q(X)$, avec $Q(a) \neq 0$
$P(a) = 0 = P'(a) = ... = P^{(r-1)}(a)$ et $P^{(r)}(a) \neq 0$

Application : Soit $P(X) = (X+1)^7 - X^7 - 1$.

- Montrer que j est racine double de P : On note que $P'(X) = 7[(X+1)^6 - X^6]$. D'où $P(j) = P'(j) = 0$ C.Q.F.D. Conséquence ? $P \in \mathbb{R}[X]$ donc $j^2 = \bar{j}$ est racine double de P.
- Donner deux racines évidentes de P : 0 et -1. Quel est leur ordre de multiplicité ? P admet 6 racines dans $\mathbb{C}$, comptées avec leur ordre de multiplicité. Donc **racines simples**.
- Factoriser P dans $\mathbb{C}$ et dans $\mathbb{R}$:
  Dans $\mathbb{C}$, $P(X) = 7X(X+1)(X-j)^2(X-\bar{j})^2$
  Dans $\mathbb{R}$, $P(X) = 7X(X+1)(X^2+X+1)^2$

Montrer que Q divise P

Méthode :

Montrer que **les** racines de Q sont **des** racines de P

Application :

- Comment montre-t-on que $P \in \mathbb{R}[X]$ est divisible par $Q(X) = X^2 - (a+b)X + ab$?

Montrer que Q divise P

Méthode :

Montrer que **les** racines de Q sont **des** racines de P

Application :

- Comment montre-t-on que $P \in \mathbb{R}[X]$ est divisible par $Q(X) = X^2 - (a+b)X + ab$?
  Les racines de Q sont $x_1 = a$ et $x_2 = b$. Il suffit donc pour conclure de montrer que $P(a) = 0 = P(b)$