Echauffements

3 septembre 2023

Fiches d'échauffement

1. Suites numériques
   - Vocabulaire, suites usuelles et principaux théorèmes
   - Suites définies par une fonction
2. Fonctions d'une variable réelle
   - Limites, continuité et dérivabilité
   - Développements limités et équivalents
3. Intégration
   - Intégrales définies
   - Fonctions définies par une intégrale
   - Intégrales généralisées
4. équations différentielles
   - équations différentielles
   - systèmes différentiels
5. séries numériques

Table des matières

1. Suites numériques
   - Vocabulaire, suites usuelles et principaux théorèmes
   - Suites définies par une fonction
2. Fonctions d'une variable réelle
   - Limites, continuité et dérivabilité
   - Développements limités et équivalents
3. Intégration
   - Intégrales définies
   - Fonctions définies par une intégrale
   - Intégrales généralisées
4. équations différentielles
   - équations différentielles
   - systèmes différentiels
5. séries numériques

Limites et convergence

- Définition de $\lim_{n \to \infty} u_n = L$ où $L \in \mathbb{R}$:

- Définition de $\lim_{n \to \infty} u_n = +\infty$:

- Une suite convergente est bornée (V/F) :

- Toute suite bornée converge (V/F) :

- Toute suite convergeant vers une limite $L > 0$ est minorée par un réel $m > 0$ à partir d'un certain rang (V/F) :

Limites et convergence

- Définition de $\lim_{n\to\infty} u_n = L$ où $L \in \mathbb{R}$:

$$\forall\epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, |u_n - L| \leq \epsilon$$

- Définition de $\lim_{n\to\infty} u_n = +\infty$:

- Une suite convergente est bornée (V/F) :

- Toute suite bornée converge (V/F) :

- Toute suite convergeant vers une limite $L > 0$ est minorée par un réel $m > 0$ à partir d'un certain rang (V/F) :

Limites et convergence

- Définition de $\lim\limits_{n \to \infty} u_n = L$ où $L \in \mathbb{R}$:
$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, |u_n - L| \leq \epsilon$$
- Définition de $\lim\limits_{n \to \infty} u_n = +\infty$:
$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, u_n \geq \epsilon$$
- Une suite convergente est bornée (V/F) :
- Toute suite bornée converge (V/F) :
- Toute suite convergeant vers une limite $L > 0$ est minorée par un réel $m > 0$ à partir d'un certain rang (V/F) :

Limites et convergence

- Définition de $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = L$ où $L \in \mathbb{R}$:
$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, |u_n - L| \leq \epsilon$$
- Définition de $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = +\infty$:
$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, u_n \geq \epsilon$$
- Une suite convergente est bornée (V/F) : **Vrai** - *Démonstration ?*
- Toute suite bornée converge (V/F) :
- Toute suite convergeant vers une limite $L > 0$ est minorée par un réel $m > 0$ à partir d'un certain rang (V/F) :

Limites et convergence

- Définition de $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = L$ où $L \in \mathbb{R}$:
$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, |u_n - L| \leq \epsilon$$
- Définition de $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = +\infty$:
$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, u_n \geq \epsilon$$
- Une suite convergente est bornée (V/F) : **Vrai** - *Démonstration ?*
- Toute suite bornée converge (V/F) : **Faux** - il suffit de penser à $(-1)^n$
- Toute suite convergeant vers une limite $L > 0$ est minorée par un réel $m > 0$ à partir d'un certain rang (V/F) :

Limites et convergence

- Définition de $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = L$ où $L \in \mathbb{R}$:
$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, |u_n - L| \leq \epsilon$$
- Définition de $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = +\infty$:
$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, u_n \geq \epsilon$$
- Une suite convergente est bornée (V/F) : **Vrai** - *Démonstration ?*
- Toute suite bornée converge (V/F) : **Faux** - il suffit de penser à $(-1)^n$
- Toute suite convergeant vers une limite $L > 0$ est minorée par un réel $m > 0$ à partir d'un certain rang (V/F) : **Vrai** - considérer le cas particulier $\varepsilon = L/2$

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle.

1. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = L$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = L$ ou $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = -L$?
2. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = L$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = L$?
3. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = |L|$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = L$?
4. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = 0$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = 0$?

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle.

1. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = L$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = L$ ou $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = -L$?
   Faux
2. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = L$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = L$?
3. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = |L|$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = L$?
4. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = 0$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = 0$?

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle.

1. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = L$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = L$ ou $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = -L$? **Faux**
2. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = L$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = L$? **Faux**
3. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = |L|$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = L$?
4. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = 0$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = 0$?

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle.

1. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = L$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = L$ ou $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = -L$? **Faux**
2. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = L$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = L$? **Faux**
3. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = |L|$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = L$? **Faux**
4. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = 0$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = 0$?

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle.

1. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = L$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = L$ ou $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = -L$? **Faux**
2. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = L$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = L$? **Faux**
3. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = |L|$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = L$? **Faux**
4. Si $\lim\limits_{n\to\infty}(|U_n|) = 0$ alors $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = 0$? **Vrai**

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle convergeant vers L.

1. $(n(U_n - L))_{n\in\mathbb{N}}$ diverge vers $+\infty$?
2. Si $L < 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait : $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n < 2$?
3. Si $L \leq 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait : $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n \leq 2$?
4. $\left(\dfrac{1}{U_n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $\dfrac{1}{L}$?

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle convergeant vers L.

1. $(n(U_n - L))_{n\in\mathbb{N}}$ diverge vers $+\infty$? **On ne sait pas...**
2. Si $L < 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait : $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n < 2$?
3. Si $L \leq 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait : $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n \leq 2$?
4. $\left(\dfrac{1}{U_n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $\dfrac{1}{L}$?

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle convergeant vers L.

1. $(n(U_n - L))_{n\in\mathbb{N}}$ diverge vers $+\infty$? **On ne sait pas...**
2. Si $L < 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait : $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n < 2$? **Vrai**
3. Si $L \leq 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait : $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n \leq 2$?
4. $\left(\frac{1}{U_n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $\frac{1}{L}$?

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle convergeant vers L.

1. $(n(U_n - L))_{n\in\mathbb{N}}$ diverge vers $+\infty$? **On ne sait pas...**
2. Si $L < 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait : $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n < 2$? **Vrai**
3. Si $L \leq 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait : $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n \leq 2$? **Faux**
4. $\left(\dfrac{1}{U_n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $\dfrac{1}{L}$?

Limites

Soient L un réel et $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle convergeant vers L.

1. $(n(U_n - L))_{n\in\mathbb{N}}$ diverge vers $+\infty$? **On ne sait pas...**
2. Si $L < 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait : $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n < 2$? **Vrai**
3. Si $L \leq 2$, alors il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait : $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow U_n \leq 2$? **Faux**
4. $\left(\dfrac{1}{U_n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $\dfrac{1}{L}$? **Faux**.. si $L = 0$

Théorèmes

- Énoncer le **théorème d'encadrement des limites** ou « théorème des gendarmes » :

- Énoncer le **théorème des suites monotones** :

Théorèmes

- Énoncer le **théorème d'encadrement des limites** ou « théorème des gendarmes » :
  Soit $(a_n), (b_n)$ et (c_n) trois suites réelles telles que :
  $$\begin{cases} a_n \leq b_n \leq c_n & \text{à partir d'un certain rang} \\ \lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} c_n = L & , L \in \mathbb{R} \end{cases}$$
  Alors $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = L$
- Énoncer le **théorème des suites monotones** :

Théorèmes

- Énoncer le **théorème d'encadrement des limites** ou « théorème des gendarmes » :
  Soit $(a_n), (b_n)$ et (c_n) trois suites réelles telles que :
  $$\begin{cases} a_n \leq b_n \leq c_n & \text{à partir d'un certain rang} \\ \lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} c_n = L & , L \in \mathbb{R} \end{cases}$$
  Alors $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = L$
- Énoncer le **théorème des suites monotones** :
  Soit (a_n) une suite réelle, croissante et majorée. Alors (a_n) est convergente et $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \sup\{a_n, n \in \mathbb{N}\}$ ou encore :
  Soit (a_n) une suite réelle, décroissante et minorée. Alors (a_n) est convergente et $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \inf\{a_n, n \in \mathbb{N}\}$

Exemple 1

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite $\left(\dfrac{-1}{n!}\right) \in \mathbb{N}$.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante.
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge.
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique.

Exemple 1

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite $\left(\frac{-1}{n!}\right) \in \mathbb{N}$.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante.
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge.
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique.

Indication : Pour le sens de variation, si on compare $\frac{U_{n+1}}{U_n}$ à 1, alors on prendra garde au signe de U_n...

Exemple 1

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite $\left(\dfrac{-1}{n!}\right) \in \mathbb{N}$.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante.
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge.
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2. **Faux**
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique.

Indication : Pour le sens de variation, si on compare $\dfrac{U_{n+1}}{U_n}$ à 1, alors on prendra garde au signe de U_n...

Exemple 1

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite $\left(\frac{-1}{n!}\right) \in \mathbb{N}$.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante.
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge.
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2. **Faux**
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique. **Faux**

Indication : Pour le sens de variation, si on compare $\frac{U_{n+1}}{U_n}$ à 1, alors on prendra garde au signe de U_n...

Exemple 1

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite $\left(\dfrac{-1}{n!}\right) \in \mathbb{N}$.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante. **Faux**
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge.
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2. **Faux**
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique. **Faux**

Indication : Pour le sens de variation, si on compare $\dfrac{U_{n+1}}{U_n}$ à 1, alors on prendra garde au signe de U_n...

Exemple 1

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite $\left(\frac{-1}{n!}\right) \in \mathbb{N}$.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante. **Faux**
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge. **Vrai**
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2. **Faux**
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique. **Faux**

Indication : Pour le sens de variation, si on compare $\frac{U_{n+1}}{U_n}$ à 1, alors on prendra garde au signe de U_n...

Exemple 2

On pose $L = \lim_{n\to\infty} \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{n+k}} \right)$

1. $L = +\infty$?
2. $L = 0$?
3. $L = \frac{1}{\sqrt{e}}$?
4. L n'existe pas ?

Exemple 2

On pose $L = \lim\limits_{n \to \infty} \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{n+k}} \right)$

1. $L = +\infty$?
2. $L = 0$?
3. $L = \frac{1}{\sqrt{e}}$?
4. L n'existe pas ?

Indication : Penser au théorème des gendarmes

Exemple 2

On pose $L = \lim\limits_{n \to \infty} \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{n+k}} \right)$

1. $L = +\infty$? **Vrai**
2. $L = 0$? **Faux**
3. $L = \frac{1}{\sqrt{e}}$? **Faux**
4. L n'existe pas ?
   Faux

Indication : Penser au théorème des gendarmes

Théorème des suites adjacentes

1. Quelles hypothèses vérifier pour pouvoir dire que (a_n) et (b_n) sont adjacentes ?

2. Si on suppose que (a_n) est croissante et (b_n) décroissante, existe-t-il un entier n_0 tel que : $a_{n_0} > b_{n_0}$?

3. Montrer la convergence vers une même limite de deux suites adjacentes :

Théorème des suites adjacentes

1. Quelles hypothèses vérifier pour pouvoir dire que (a_n) et (b_n) sont adjacentes ?
   (a_n) et (b_n) sont deux suites monotones, de monotonie opposées et $\lim\limits_{n \to \infty} (b_n - a_n) = 0$
2. Si on suppose que (a_n) est croissante et (b_n) décroissante, existe-t-il un entier n_0 tel que : $a_{n_0} > b_{n_0}$?
3. Montrer la convergence vers une même limite de deux suites adjacentes :

Théorème des suites adjacentes

1. Quelles hypothèses vérifier pour pouvoir dire que (a_n) et (b_n) sont adjacentes ?
   (a_n) et (b_n) sont deux suites monotones, de monotonie opposées et $\lim\limits_{n \to \infty} (b_n - a_n) = 0$
2. Si on suppose que (a_n) est croissante et (b_n) décroissante, existe-t-il un entier n_0 tel que : $a_{n_0} > b_{n_0}$?
   Non - La démonstration peut se faire par l'absurde en considérant par exemple la suite de terme général $w_n = a_n - b_n$ et en montrant qu'elle est croissante
3. Montrer la convergence vers une même limite de deux suites adjacentes :

Théorème des suites adjacentes

1. Quelles hypothèses vérifier pour pouvoir dire que (a_n) et (b_n) sont adjacentes ?
   (a_n) et (b_n) sont deux suites monotones, de monotonie opposées et $\lim\limits_{n \to \infty} (b_n - a_n) = 0$
2. Si on suppose que (a_n) est croissante et (b_n) décroissante, existe-t-il un entier n_0 tel que : $a_{n_0} > b_{n_0}$?
   Non - La démonstration peut se faire par l'absurde en considérant par exemple la suite de terme général $w_n = a_n - b_n$ et en montrant qu'elle est croissante
3. Montrer la convergence vers une même limite de deux suites adjacentes : Une fois le point 2 acquis, c'est une simple application du théorème des suites monotones

Adjacence... ou pas

Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ les deux suites définies par :
$u_0 = 1, v_0 = 2$ et, $\forall n \in \mathbb{N}$, $\dfrac{2}{u_{n+1}} = \dfrac{1}{u_n} + \dfrac{1}{v_n}$ et $v_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2}$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tendent vers $\sqrt{2}$?
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tendent vers e ?
3. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ divergent ?
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vers 2 ?

Adjacence... ou pas

Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ les deux suites définies par :
$u_0 = 1, v_0 = 2$ et, $\forall n \in \mathbb{N}$, $\dfrac{2}{u_{n+1}} = \dfrac{1}{u_n} + \dfrac{1}{v_n}$ et $v_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2}$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tendent vers $\sqrt{2}$?
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tendent vers e ?
3. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ divergent ?
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vers 2 ?

ind. 1 : Que dire de la suite $(w_n) = (u_n v_n)$?

Adjacence... ou pas

Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ les deux suites définies par :
$u_0 = 1, v_0 = 2$ et, $\forall n \in \mathbb{N}$, $\dfrac{2}{u_{n+1}} = \dfrac{1}{u_n} + \dfrac{1}{v_n}$ et $v_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2}$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tendent vers $\sqrt{2}$?
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tendent vers e ?
3. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ divergent ?
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vers 2 ?

ind. 1 : Que dire de la suite $(w_n) = (u_n v_n)$? cste égale à 2

.

Adjacence... ou pas

Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ les deux suites définies par :
$u_0 = 1, v_0 = 2$ et, $\forall n \in \mathbb{N}$, $\dfrac{2}{u_{n+1}} = \dfrac{1}{u_n} + \dfrac{1}{v_n}$ et $v_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2}$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tendent vers $\sqrt{2}$?
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tendent vers e ?
3. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ divergent ?
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vers 2 ?

ind. 1 : Que dire de la suite $(w_n) = (u_n v_n)$? cste égale à 2
ind. 2 : Sens de : variations et cvgce ?

Adjacence... ou pas

Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ les deux suites définies par :
$u_0 = 1$, $v_0 = 2$ et, $\forall n \in \mathbb{N}$, $\dfrac{2}{u_{n+1}} = \dfrac{1}{u_n} + \dfrac{1}{v_n}$ et $v_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2}$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tendent vers $\sqrt{2}$?
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tendent vers e ?
3. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ divergent ?
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vers 2 ?

ind. 1 : Que dire de la suite $(w_n) = (u_n v_n)$? cste égale à 2
ind. 2 : Sens de : variations et cvgce ? (u_n) croit, (v_n) décroit.
Elles convergent vers L et L' telles que $L \leq L'$

.

Adjacence... ou pas

Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ les deux suites définies par :
$u_0 = 1, v_0 = 2$ et, $\forall n \in \mathbb{N}$, $\dfrac{2}{u_{n+1}} = \dfrac{1}{u_n} + \dfrac{1}{v_n}$ et $v_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2}$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tendent vers $\sqrt{2}$?
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tendent vers e ?
3. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ divergent ?
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vers 2 ?

ind. 1 : Que dire de la suite $(w_n) = (u_n v_n)$? cste égale à 2
ind. 2 : Sens de : variations et cvgce ? (u_n) croit, (v_n) décroit.
Elles convergent vers L et L' telles que $L \leq L'$
ind. 3 : Trouver 2 éq. vérifiées par L et L'.

Adjacence... ou pas

Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ les deux suites définies par :
$u_0 = 1, v_0 = 2$ et, $\forall n \in \mathbb{N}$, $\dfrac{2}{u_{n+1}} = \dfrac{1}{u_n} + \dfrac{1}{v_n}$ et $v_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2}$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tendent vers $\sqrt{2}$? **Vrai**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tendent vers e ? **Faux**
3. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ divergent ? **Faux**
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vers 2 ? **Faux**

ind. 1 : Que dire de la suite $(w_n) = (u_n v_n)$? cste égale à 2
ind. 2 : Sens de : variations et cvgce ? (u_n) croit, (v_n) décroit.
Elles convergent vers L et L' telles que $L \leq L'$
ind. 3 : Trouver 2 éq. vérifiées par L et L'.

Suites géométriques

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite $\left(\sum_{k=0}^{n} V_k\right) \in \mathbb{N}$ avec $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de raison $\frac{1}{5}$ et de premier terme 2.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ?
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $\frac{5}{4}$?
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ?
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique ?

Suites géométriques

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite $\left(\sum_{k=0}^{n} V_k\right) \in \mathbb{N}$ avec $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de raison $\frac{1}{5}$ et de premier terme 2.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $\frac{5}{4}$? **Faux**
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? **Vrai**
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique ? **Faux**

Suites géométriques...

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite $\left(\dfrac{7^{(2n+7)^2}}{7^{4n^2}}\right)_{n\in\mathbb{N}}$.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ?
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ?
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmético-géométrique ?
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique ?

Suites géométriques...

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite $\left(\dfrac{7^{(2n+7)^2}}{7^{4n^2}}\right)_{n\in\mathbb{N}}$.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ? **Faux**
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmético-géométrique ? **Faux**
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique ? **Vrai**

Suites arithmético-géométriques

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que : $u_{n+1} = au_n + b, \forall n \in \mathbb{N}$.

1. (u_n) est une suite arithmétique si...
2. (u_n) est une suite géométrique si...
3. Sinon $(a \neq 1,\ b \neq 0)$, on détermine $L \in \mathbb{R}$ tel que $L = aL + b$.
   Alors la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $v_n = u_n - L$ où est une suite...
   On en déduit la forme explicite de u_n, à savoir :
4. Si $|a| < 1$, la suite (u_n) converge pour tout u_0 vers...
5. Si $|a| \geq 1$, $a \neq 1$, la suite (u_n) diverge, sauf si...

Suites arithmético-géométriques

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que : $u_{n+1} = au_n + b, \forall n \in \mathbb{N}$.

1. (u_n) est une suite arithmétique si... $a = 1$
2. (u_n) est une suite géométrique si...
3. Sinon ($a \neq 1$, $b \neq 0$), on détermine $L \in \mathbb{R}$ tel que $L = aL + b$.
   Alors la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $v_n = u_n - L$ où est une suite...
   On en déduit la forme explicite de u_n, à savoir :
4. Si $|a| < 1$, la suite (u_n) converge pour tout u_0 vers...
5. Si $|a| \geq 1$, $a \neq 1$, la suite (u_n) diverge, sauf si...

Suites arithmético-géométriques

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que : $u_{n+1} = au_n + b, \forall n \in \mathbb{N}$.

1. (u_n) est une suite arithmétique si... $a = 1$
2. (u_n) est une suite géométrique si... $b = 0$
3. Sinon $(a \neq 1,\ b \neq 0)$, on détermine $L \in \mathbb{R}$ tel que $L = aL + b$.
   Alors la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $v_n = u_n - L$ où est une suite...
   On en déduit la forme explicite de u_n, à savoir :
4. Si $|a| < 1$, la suite (u_n) converge pour tout u_0 vers...
5. Si $|a| \geq 1$, $a \neq 1$, la suite (u_n) diverge, sauf si...

Suites arithmético-géométriques

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que : $u_{n+1} = au_n + b, \forall n \in \mathbb{N}$.

1. (u_n) est une suite arithmétique si... $a = 1$
2. (u_n) est une suite géométrique si... $b = 0$
3. Sinon $(a \neq 1,\ b \neq 0)$, on détermine $L \in \mathbb{R}$ tel que $L = aL + b$.
   Alors la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $v_n = u_n - L$ où est une suite... géométrique de raison $q = a$
   On en déduit la forme explicite de u_n, à savoir :
4. Si $|a| < 1$, la suite (u_n) converge pour tout u_0 vers...
5. Si $|a| \geq 1$, $a \neq 1$, la suite (u_n) diverge, sauf si...

Suites arithmético-géométriques

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que : $u_{n+1} = au_n + b, \forall n \in \mathbb{N}$.

1. (u_n) est une suite arithmétique si... $a = 1$
2. (u_n) est une suite géométrique si... $b = 0$
3. Sinon $(a \neq 1,\ b \neq 0)$, on détermine $L \in \mathbb{R}$ tel que $L = aL + b$.
   Alors la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $v_n = u_n - L$ où est une suite... géométrique de raison $q = a$
   On en déduit la forme explicite de u_n, à savoir :
   $$u_n = a^n(u_0 - L) + L, \forall n \in \mathbb{N}$$
4. Si $|a| < 1$, la suite (u_n) converge pour tout u_0 vers...
5. Si $|a| \geq 1$, $a \neq 1$, la suite (u_n) diverge, sauf si...

Suites arithmético-géométriques

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que : $u_{n+1} = au_n + b, \forall n \in \mathbb{N}$.

1. (u_n) est une suite arithmétique si... $a = 1$
2. (u_n) est une suite géométrique si... $b = 0$
3. Sinon $(a \neq 1,\ b \neq 0)$, on détermine $L \in \mathbb{R}$ tel que $L = aL + b$. Alors la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $v_n = u_n - L$ où est une suite... géométrique de raison $q = a$
   On en déduit la forme explicite de u_n, à savoir :
   $$u_n = a^n(u_0 - L) + L, \forall n \in \mathbb{N}$$
4. Si $|a| < 1$, la suite (u_n) converge pour tout u_0 vers... L
5. Si $|a| \geq 1$, $a \neq 1$, la suite (u_n) diverge, sauf si...

Suites arithmético-géométriques

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que : $u_{n+1} = au_n + b$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

1. (u_n) est une suite arithmétique si... $a = 1$
2. (u_n) est une suite géométrique si... $b = 0$
3. Sinon ($a \neq 1$, $b \neq 0$), on détermine $L \in \mathbb{R}$ tel que $L = aL + b$. Alors la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $v_n = u_n - L$ où est une suite... géométrique de raison $q = a$
   On en déduit la forme explicite de u_n, à savoir :
   $$u_n = a^n(u_0 - L) + L, \ \forall n \in \mathbb{N}$$
4. Si $|a| < 1$, la suite (u_n) converge pour tout u_0 vers... L
5. Si $|a| \geq 1$, $a \neq 1$, la suite (u_n) diverge, sauf si...$u_0 = L$, auquel cas elle est constante égale à L

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 4$.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $-\infty$.
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n\in\mathbb{N}}$.
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 - 1)_{n\in\mathbb{N}}$.
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 4$.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $-\infty$. **Faux**
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n\in\mathbb{N}}$.
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 - 1)_{n\in\mathbb{N}}$.
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 4$.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $-\infty$. **Faux**
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n\in\mathbb{N}}$.
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 - 1)_{n\in\mathbb{N}}$.
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n\in\mathbb{N}}$. **Faux**

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 4$.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $-\infty$. **Faux**
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n\in\mathbb{N}}$.
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 - 1)_{n\in\mathbb{N}}$. **Faux**
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n\in\mathbb{N}}$. **Faux**

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 4$.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $-\infty$. **Faux**
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n\in\mathbb{N}}$. **Vrai**
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 - 1)_{n\in\mathbb{N}}$. **Faux**
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n\in\mathbb{N}}$. **Faux**

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 8$.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n\in\mathbb{N}}$.
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 + 1)_{n\in\mathbb{N}}$.
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$.
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 8$.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n\in\mathbb{N}}$. **Faux**
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 + 1)_{n\in\mathbb{N}}$.
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$.
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 8$.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n\in\mathbb{N}}$. **Faux**
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 + 1)_{n\in\mathbb{N}}$. **Faux**
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$.
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 8$.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n\in\mathbb{N}}$. **Faux**
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 + 1)_{n\in\mathbb{N}}$. **Faux**
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$.
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n\in\mathbb{N}}$. **Faux**

Suites arithmético-géométriques

Soit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $U_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 5U_n - 8$.

1. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 1)_{n\in\mathbb{N}}$. **Faux**
2. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(2^n \times 4 + 1)_{n\in\mathbb{N}}$. **Faux**
3. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$. **Vrai**
4. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $(5^n \times 2 + 3^n)_{n\in\mathbb{N}}$. **Faux**

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que :

$$u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n, \forall n \in \mathbb{N}$$

On pose (E_c) l'équation caractéristique : $r^2 - ar - b = 0$ de discriminant $\Delta = a^2 + 4b$

1. Si $\Delta > 0$: 2 racines réelles r_1 et r_2.
   Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que
   $$u_n =$$
2. Si $\Delta = 0$: racine double réelle r_0.
   Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que
   $$u_n =$$
3. Si $\Delta < 0$: 2 racines complexes $r_1 = \rho e^{i\theta}$ et $r_2 = \rho e^{-i\theta}$.
   Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que
   $$u_n =$$

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que :

$$u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n, \forall n \in \mathbb{N}$$

On pose (E_c) l'équation caractéristique : $r^2 - ar - b = 0$ de discriminant $\Delta = a^2 + 4b$

1. Si $\Delta > 0$: 2 racines réelles r_1 et r_2.
   Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que
   $$u_n = \alpha r_1^n + \beta r_2^n$$
2. Si $\Delta = 0$: racine double réelle r_0.
   Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que
   $$u_n =$$
3. Si $\Delta < 0$: 2 racines complexes $r_1 = \rho e^{i\theta}$ et $r_2 = \rho e^{-i\theta}$.
   Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que
   $$u_n =$$

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que :

$$u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n, \forall n \in \mathbb{N}$$

On pose (E_c) l'équation caractéristique : $r^2 - ar - b = 0$ de discriminant $\Delta = a^2 + 4b$

1. Si $\Delta > 0$: 2 racines réelles r_1 et r_2.
   Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que
   $$u_n = \alpha r_1^n + \beta r_2^n$$
2. Si $\Delta = 0$: racine double réelle r_0.
   Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que
   $$u_n = (\alpha n + \beta) r_0^n$$
3. Si $\Delta < 0$: 2 racines complexes $r_1 = \rho e^{i\theta}$ et $r_2 = \rho e^{-i\theta}$.
   Alors $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que
   $$u_n =$$

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que :

$$u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n, \forall n \in \mathbb{N}$$

On pose (E_c) l'équation caractéristique : $r^2 - ar - b = 0$ de discriminant $\Delta = a^2 + 4b$

1. Si $\Delta > 0$: 2 racines réelles r_1 et r_2.
   Alors $\exists\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que
   $$u_n = \alpha r_1^n + \beta r_2^n$$
2. Si $\Delta = 0$: racine double réelle r_0.
   Alors $\exists\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que
   $$u_n = (\alpha n + \beta) r_0^n$$
3. Si $\Delta < 0$: 2 racines complexes $r_1 = \rho e^{i\theta}$ et $r_2 = \rho e^{-i\theta}$.
   Alors $\exists\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que
   $$u_n = (\alpha\cos(n\theta) + \beta\sin(n\theta))\rho^n$$

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : Fibonacci

$u_0 = u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$.

.

1. u_n est $-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}$?
2. u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)$?
3. u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right)$?
4. u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)$?

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : Fibonacci

$u_0 = u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$.

.

1. u_n est $-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}$?**Faux**
2. u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)$?
3. u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right)$?
4. u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)$?

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : Fibonacci

$u_0 = u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$.

.

1. u_n est $-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}$?**Faux**
2. u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)$?**Faux**
3. u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right)$?
4. u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)$?

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : Fibonacci

$u_0 = u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$.

.

1. u_n est $-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}$?**Faux**
2. u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)$?**Faux**
3. u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right)$? **Vrai**
4. u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)$?

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : Fibonacci

$u_0 = u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$.

.

1. u_n est $-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}$?**Faux**
2. u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)$?**Faux**
3. u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right)$? **Vrai**
4. u_n est $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)$?**Faux**

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $u_0 = e^3$, $u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n : $u_{n+2} = \sqrt{u_{n+1}u_n}$.

1. $(\exp(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ?
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ?
3. $(\ln(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'est pas définie ?

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $u_0 = e^3$, $u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n : $u_{n+2} = \sqrt{u_{n+1}u_n}$.

1. $(\exp(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ?
3. $(\ln(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'est pas définie ?

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $u_0 = e^3$, $u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n : $u_{n+2} = \sqrt{u_{n+1}u_n}$.

1. $(\exp(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ? **Faux**
3. $(\ln(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'est pas définie ?

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $u_0 = e^3$, $u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n : $u_{n+2} = \sqrt{u_{n+1}u_n}$.

1. $(\exp(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ? **Faux**
3. $(\ln(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2. **Vrai**
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'est pas définie ?

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $u_0 = e^3$, $u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n : $u_{n+2} = \sqrt{u_{n+1}u_n}$.

1. $(\exp(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 ? **Faux**
3. $(\ln(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite récurrente linéaire d'ordre 2. **Vrai**
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'est pas définie ? **Faux**

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n = \underset{n\to+\infty}{o}(V_n)$?

1. $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = \lim\limits_{n\to\infty}(V_n)$?
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{U_n}{V_n}\right) = 0.$
3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{U_n}{V_n}\right) = 1.$
4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{V_n}{U_n}\right) = 0.$

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n = \underset{n\to+\infty}{o}(V_n)$?

1. $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = \lim\limits_{n\to\infty}(V_n)$? **Faux**
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{U_n}{V_n}\right) = 0.$
3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{U_n}{V_n}\right) = 1.$
4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{V_n}{U_n}\right) = 0.$

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n = \underset{n\to+\infty}{o}(V_n)$?

1. $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = \lim\limits_{n\to\infty}(V_n)$? **Faux**
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{U_n}{V_n}\right) = 0$. **Vrai**
3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{U_n}{V_n}\right) = 1$.
4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{V_n}{U_n}\right) = 0$.

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n \underset{n\to+\infty}{=} o(V_n)$?

1. $\underset{n\to\infty}{lim}(U_n) = \underset{n\to\infty}{lim}(V_n)$? **Faux**
2. $\underset{n\to\infty}{lim}\left(\frac{U_n}{V_n}\right) = 0$. **Vrai**
3. $\underset{n\to\infty}{lim}\left(\frac{U_n}{V_n}\right) = 1$. **Faux**
4. $\underset{n\to\infty}{lim}\left(\frac{V_n}{U_n}\right) = 0$.

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n = \underset{n\to+\infty}{o}(V_n)$?

1. $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = \lim\limits_{n\to\infty}(V_n)$? **Faux**
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{U_n}{V_n}\right) = 0.$ **Vrai**
3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{U_n}{V_n}\right) = 1.$ **Faux**
4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{V_n}{U_n}\right) = 0.$ **Faux**

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n \underset{n\to\infty}{\sim} V_n$?

1. $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = \lim\limits_{n\to\infty}(V_n)$?
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{U_n}{V_n}\right) = 0.$
3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{U_n}{V_n}\right) = 1.$
4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{V_n}{U_n}\right) = 0.$

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n \underset{n\to\infty}{\sim} V_n$?

1. $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = \lim\limits_{n\to\infty}(V_n)$? **Faux**
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{U_n}{V_n}\right) = 0.$
3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{U_n}{V_n}\right) = 1.$
4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{V_n}{U_n}\right) = 0.$

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n \underset{n\to\infty}{\sim} V_n$?

1. $\underset{n\to\infty}{lim}(U_n) = \underset{n\to\infty}{lim}(V_n)$? **Faux**
2. $\underset{n\to\infty}{lim}\left(\frac{U_n}{V_n}\right) = 0$. **Faux**
3. $\underset{n\to\infty}{lim}\left(\frac{U_n}{V_n}\right) = 1$.
4. $\underset{n\to\infty}{lim}\left(\frac{V_n}{U_n}\right) = 0$.

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n \underset{n\to\infty}{\sim} V_n$?

1. $\lim\limits_{n\to\infty}(U_n) = \lim\limits_{n\to\infty}(V_n)$? **Faux**
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{U_n}{V_n}\right) = 0$. **Faux**
3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{U_n}{V_n}\right) = 1$. **Vrai**
4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{V_n}{U_n}\right) = 0$.

négligeabilité et équivalences

Soient $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites réelles qui ne s'annulent pas au-delà d'un certain rang. Que signifie $U_n \underset{n\to\infty}{\sim} V_n$?

1. $\underset{n\to\infty}{lim}(U_n) = \underset{n\to\infty}{lim}(V_n)$? **Faux**
2. $\underset{n\to\infty}{lim}\left(\dfrac{U_n}{V_n}\right) = 0$. **Faux**
3. $\underset{n\to\infty}{lim}\left(\dfrac{U_n}{V_n}\right) = 1$. **Vrai**
4. $\underset{n\to\infty}{lim}\left(\dfrac{V_n}{U_n}\right) = 0$. **Faux**

négligeabilité et équivalences

1. Soit quatre suites a, b, c et d de terme général respectif :
$$a_n = n!,\ b_n = \sqrt{n},\ c_n = 2^n,\ d_n = n^3$$
Les croissances comparées sont :
2. $\cos(1/n) \sim 1$ (V/F) :
3. $\sin(1/n) \sim 0$ (V/F) :
4. $\exp(1/n) \sim 1 + 2/n$ (V/F) :
5. $\exp(1/n) - 1 \sim 2/n$ (V/F) :
6. Si $u_n \sim v_n$ alors $e^{u_n} \sim e^{v_n}$ (V/F) :

négligeabilité et équivalences

1. Soit quatre suites a, b, c et d de terme général respectif :
$$a_n = n!,\ b_n = \sqrt{n},\ c_n = 2^n,\ d_n = n^3$$
Les croissances comparées sont :
$$\sqrt{n} = \circ(n^3)\ ;\ n^3 = \circ(2^n)\ ;\ 2^n = \circ(n!)$$
2. $\cos(1/n) \sim 1$ (V/F) :
3. $\sin(1/n) \sim 0$ (V/F) :
4. $\exp(1/n) \sim 1 + 2/n$ (V/F) :
5. $\exp(1/n) - 1 \sim 2/n$ (V/F) :
6. Si $u_n \sim v_n$ alors $e^{u_n} \sim e^{v_n}$ (V/F) :

négligeabilité et équivalences

1. Soit quatre suites a, b, c et d de terme général respectif :
$$a_n = n!,\ b_n = \sqrt{n},\ c_n = 2^n,\ d_n = n^3$$
Les croissances comparées sont :
$$\sqrt{n} = \circ(n^3)\ ;\ n^3 = \circ(2^n)\ ;\ 2^n = \circ(n!)$$
2. $\cos(1/n) \sim 1$ (V/F) : VRAI car $\lim\limits_{n \to \infty} \cos(1/n) = 1$
3. $\sin(1/n) \sim 0$ (V/F) :
4. $\exp(1/n) \sim 1 + 2/n$ (V/F) :
5. $\exp(1/n) - 1 \sim 2/n$ (V/F) :
6. Si $u_n \sim v_n$ alors $e^{u_n} \sim e^{v_n}$ (V/F) :

négligeabilité et équivalences

1. Soit quatre suites a, b, c et d de terme général respectif :
$$a_n = n!,\ b_n = \sqrt{n},\ c_n = 2^n,\ d_n = n^3$$
Les croissances comparées sont :
$$\sqrt{n} = \circ(n^3)\ ;\ n^3 = \circ(2^n)\ ;\ 2^n = \circ(n!)$$
2. $\cos(1/n) \sim 1$ (V/F) : VRAI car $\lim\limits_{n\to\infty} \cos(1/n) = 1$
3. $\sin(1/n) \sim 0$ (V/F) : FAUX car sinon, on aurait : $\exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, \sin(1/n) = 0$
4. $\exp(1/n) \sim 1 + 2/n$ (V/F) :
5. $\exp(1/n) - 1 \sim 2/n$ (V/F) :
6. Si $u_n \sim v_n$ alors $e^{u_n} \sim e^{v_n}$ (V/F) :

négligeabilité et équivalences

1. Soit quatre suites a, b, c et d de terme général respectif :
$$a_n = n!,\ b_n = \sqrt{n},\ c_n = 2^n,\ d_n = n^3$$
Les croissances comparées sont :
$$\sqrt{n} = \circ(n^3)\ ;\ n^3 = \circ(2^n)\ ;\ 2^n = \circ(n!)$$
2. $\cos(1/n) \sim 1$ (V/F) : VRAI car $\lim\limits_{n\to\infty} \cos(1/n) = 1$
3. $\sin(1/n) \sim 0$ (V/F) : FAUX car sinon, on aurait : $\exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, \sin(1/n) = 0$
4. $\exp(1/n) \sim 1 + 2/n$ (V/F) : VRAI
5. $\exp(1/n) - 1 \sim 2/n$ (V/F) :
6. Si $u_n \sim v_n$ alors $e^{u_n} \sim e^{v_n}$ (V/F) : VRAI si $\lim\limits_{n\to\infty}(u_n - v_n) = 0$, FAUX sinon

négligeabilité et équivalences

1. Soit quatre suites a, b, c et d de terme général respectif :
$$a_n = n!,\ b_n = \sqrt{n},\ c_n = 2^n,\ d_n = n^3$$
Les croissances comparées sont :
$$\sqrt{n} = \circ(n^3)\ ;\ n^3 = \circ(2^n)\ ;\ 2^n = \circ(n!)$$
2. $\cos(1/n) \sim 1$ (V/F) : VRAI car $\lim\limits_{n\to\infty} \cos(1/n) = 1$
3. $\sin(1/n) \sim 0$ (V/F) : FAUX car sinon, on aurait : $\exists n_0 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_0, \sin(1/n) = 0$
4. $\exp(1/n) \sim 1 + 2/n$ (V/F) : VRAI
5. $\exp(1/n) - 1 \sim 2/n$ (V/F) : FAUX
6. Si $u_n \sim v_n$ alors $e^{u_n} \sim e^{v_n}$ (V/F) : VRAI si $\lim\limits_{n\to\infty} (u_n - v_n) = 0$, FAUX sinon

Suites récurrentes et fonctions

1. Soit I une partie non vide de $\mathbb{R}$ et f une fonction définie sur I. Soit (a_n) une suite à valeur dans I. Si $\lim_{n\to\infty} a_n = L$ et $L \in I$, alors
$$\lim_{n\to\infty} f(a_n) = f(L) \text{ (V/F ?)}$$

2. On suppose que (a_n) converge vers L. Justifier le fait que $(|a_n|)$ converge vers $|L|$.

   La réciproque est-elle vraie ?

Suites récurrentes et fonctions

1. Soit I une partie non vide de $\mathbb{R}$ et f une fonction définie sur I.
   Soit (a_n) une suite à valeur dans I.
   Si $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = L$ et $L \in I$, alors
   $$\lim_{n\to\infty} f(a_n) = f(L) \text{ (V/F ?)}$$
   Faux - Cela n'est vrai que si f est **continue** sur I
2. On suppose que (a_n) converge vers L. Justifier le fait que $(|a_n|)$ converge vers $|L|$.

   La réciproque est-elle vraie ?

Suites récurrentes et fonctions

1. Soit I une partie non vide de $\mathbb{R}$ et f une fonction définie sur I.
   Soit (a_n) une suite à valeur dans I.
   Si $\lim_{n\to\infty} a_n = L$ et $L \in I$, alors
   $$\lim_{n\to\infty} f(a_n) = f(L) \text{ (V/F ?)}$$
   Faux - Cela n'est vrai que si f est **continue** sur I
2. On suppose que (a_n) converge vers L. Justifier le fait que $(|a_n|)$ converge vers $|L|$.Il suffit d'assurer la continuité de $|.|$ sur $\mathbb{R}$.
   La réciproque est-elle vraie ?

Suites récurrentes et fonctions

1. Soit I une partie non vide de $\mathbb{R}$ et f une fonction définie sur I.
   Soit (a_n) une suite à valeur dans I.
   Si $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = L$ et $L \in I$, alors
   $$\lim_{n\to\infty} f(a_n) = f(L) \text{ (V/F ?)}$$
   Faux - Cela n'est vrai que si f est **continue** sur I
2. On suppose que (a_n) converge vers L. Justifier le fait que $(|a_n|)$ converge vers $|L|$.Il suffit d'assurer la continuité de $|.|$ sur $\mathbb{R}$.
   La réciproque est-elle vraie ?**Non** - il suffit de penser à $a_n = (-1)^n$

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et croissante et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n\in\mathbb{N}} = (f(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante ?
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ?
3. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? ?
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ? ?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et croissante et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n\in\mathbb{N}} = (f(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ?
3. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? ?
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ? ?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et croissante et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n\in\mathbb{N}} = (f(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
3. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? ?
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ? ?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et croissante et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n\in\mathbb{N}} = (f(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
3. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? ? **Vrai**
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ? ?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et croissante et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n\in\mathbb{N}} = (f(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
3. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? ? **Vrai**
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ? ? **Faux**

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et décroissante et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n\in\mathbb{N}} = (f(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ?
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ?
3. $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ?
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et décroissante et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n\in\mathbb{N}} = (f(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ?
3. $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ?
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et décroissante et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n\in\mathbb{N}} = (f(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
3. $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ?
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et décroissante et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n\in\mathbb{N}} = (f(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
3. $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? **Vrai**
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et décroissante et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n\in\mathbb{N}} = (f(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
3. $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? **Vrai**
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ? **Faux**

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n\in\mathbb{N}} = (f(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$. On suppose que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers un réel L.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ?
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ?
3. $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ?
4. L vaut $f(L)$?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n\in\mathbb{N}} = (f(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$. On suppose que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers un réel L.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ?
3. $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ?
4. L vaut $f(L)$?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n\in\mathbb{N}} = (f(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$. On suppose que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers un réel L.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
3. $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ?
4. L vaut $f(L)$?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n\in\mathbb{N}} = (f(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$. On suppose que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers un réel L.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
3. $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
4. L vaut $f(L)$?

Suites récurrentes et fonctions

Soient f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $(u_{n+1})_{n\in\mathbb{N}} = (f(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$. On suppose que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers un réel L.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ? **Faux**
3. $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
4. L vaut $f(L)$? **Vrai**

Suites récurrentes et fonctions

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $u_0 = 2$ et par, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \ln(u_n)$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ?
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers 0 ?
3. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ?
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'est pas définie ?

Suites récurrentes et fonctions

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $u_0 = 2$ et par, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \ln(u_n)$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers 0 ?
3. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ?
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'est pas définie ?

Suites récurrentes et fonctions

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $u_0 = 2$ et par, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \ln(u_n)$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers 0 ? **Faux**
3. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ?
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'est pas définie ?

Suites récurrentes et fonctions

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $u_0 = 2$ et par, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \ln(u_n)$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers 0 ? **Faux**
3. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ? **Faux**
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'est pas définie ?

Suites récurrentes et fonctions

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $u_0 = 2$ et par, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \ln(u_n)$.

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est monotone ? **Faux**
2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers 0 ? **Faux**
3. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ? **Faux**
4. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'est pas définie ? **Vrai**

Table des matières

1. Suites numériques
   - Vocabulaire, suites usuelles et principaux théorèmes
   - Suites définies par une fonction
2. Fonctions d'une variable réelle
   - Limites, continuité et dérivabilité
   - Développements limités et équivalents
3. Intégration
   - Intégrales définies
   - Fonctions définies par une intégrale
   - Intégrales généralisées
4. équations différentielles
   - équations différentielles
   - systèmes différentiels
5. séries numériques

Limite

- Définition de $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$:

- Définition de $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = +\infty$:

- Définition de $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = -\infty$:

- Que peut-on dire du signe de f si $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L > 0$? :

Limite

- Définition de $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$:

$$\forall \epsilon > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, |x - x_0| \leq \alpha \Rightarrow |f(x) - L| \leq \epsilon$$

- Définition de $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$:

- Définition de $\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$:

- Que peut-on dire du signe de f si $\lim_{x \to x_0} f(x) = L > 0$? :

Limite

- Définition de $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$:

$$\forall \epsilon > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, |x - x_0| \leq \alpha \Rightarrow |f(x) - L| \leq \epsilon$$

- Définition de $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = +\infty$:

$$\forall A > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, |x - x_0| \leq \alpha \Rightarrow f(x) \geq A$$

- Définition de $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = -\infty$:

- Que peut-on dire du signe de f si $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L > 0$? :

Limite

- Définition de $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$:

$$\forall \epsilon > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, |x - x_0| \leq \alpha \Rightarrow |f(x) - L| \leq \epsilon$$

- Définition de $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$:

$$\forall A > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, |x - x_0| \leq \alpha \Rightarrow f(x) \geq A$$

- Définition de $\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$:

$$\forall A > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, |x - x_0| \leq \alpha \Rightarrow f(x) \leq -A$$

- Que peut-on dire du signe de f si $\lim_{x \to x_0} f(x) = L > 0$? :

Limite

- Définition de $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$:

$$\forall \epsilon > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, |x - x_0| \leq \alpha \Rightarrow |f(x) - L| \leq \epsilon$$

- Définition de $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = +\infty$:

$$\forall A > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, |x - x_0| \leq \alpha \Rightarrow f(x) \geq A$$

- Définition de $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = -\infty$:

$$\forall A > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, |x - x_0| \leq \alpha \Rightarrow f(x) \leq -A$$

- Que peut-on dire du signe de f si $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L > 0$? :

  f est strictement positive dans $\mathcal{D}_f$ au voisinage de x_0

Limite

- Définition de $\underset{x \to x_0}{lim} f(x) = L$:

$$\forall \epsilon > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, |x - x_0| \leq \alpha \Rightarrow |f(x) - L| \leq \epsilon$$

- Définition de $\underset{x \to x_0}{lim} f(x) = +\infty$:

$$\forall A > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, |x - x_0| \leq \alpha \Rightarrow f(x) \geq A$$

- Définition de $\underset{x \to x_0}{lim} f(x) = -\infty$:

$$\forall A > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, |x - x_0| \leq \alpha \Rightarrow f(x) \leq -A$$

- Que peut-on dire du signe de f si $\underset{x \to x_0}{lim} f(x) = L > 0$? :
  f est strictement positive dans $\mathcal{D}_f$ au voisinage de x_0

$$\exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathcal{D}_f, |x - x_0| \leq \alpha \Rightarrow f(x) \geq \frac{L}{2} > 0$$

Limite

On pose $a = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(x^{f(x)}\right)$ où $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

1. a n'existe pas.
2. a vaut $+\infty$.
3. a est 0.
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \to +\infty} \left(x^{f(x)}\right)$ où $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

1. a n'existe pas. **Faux**
2. a vaut $+\infty$.
3. a est 0.
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(x^{f(x)}\right)$ où $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

1. a n'existe pas. **Faux**
2. a vaut $+\infty$. **Faux**
3. a est 0.
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \to +\infty} \left(x^{f(x)}\right)$ où $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

1. a n'existe pas. **Faux**
2. a vaut $+\infty$. **Faux**
3. a est 0. **Faux**
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(x^{f(x)}\right)$ où $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

1. a n'existe pas. **Faux**
2. a vaut $+\infty$. **Faux**
3. a est 0. **Faux**
4. a vaut 1. **Vrai**

Limite

On pose $a = \lim_{x \to 0} \left(x^{f(x)}\right)$ où $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

1. a n'existe pas.
2. a vaut 0.
3. a est $+\infty$.
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim\limits_{x \to 0} \left(x^{f(x)}\right)$ où $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

1. a n'existe pas. **Faux**
2. a vaut 0.
3. a est $+\infty$.
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \to 0} \left(x^{f(x)}\right)$ où $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

1. a n'existe pas. **Faux**
2. a vaut 0. **Vrai**
3. a est $+\infty$.
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim\limits_{x \to 0} \left(x^{f(x)}\right)$ où $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

1. a n'existe pas. **Faux**
2. a vaut 0. **Vrai**
3. a est $+\infty$. **Faux**
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim\limits_{x \to 0} \left(x^{f(x)}\right)$ où $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

1. a n'existe pas. **Faux**
2. a vaut 0. **Vrai**
3. a est $+\infty$. **Faux**
4. a vaut 1. **Faux**

Limite

On pose $a = \lim\limits_{x \to -\infty} \left(x^{f(x)}\right)$ où $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

1. a n'existe pas.
2. a vaut 0.
3. a est $+\infty$.
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \to -\infty} \left(x^{f(x)}\right)$ où $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

1. a n'existe pas. **Vrai**
2. a vaut 0.
3. a est $+\infty$.
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \to -\infty} \left(x^{f(x)}\right)$ où $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

1. a n'existe pas. **Vrai**
2. a vaut 0. **Faux**
3. a est $+\infty$.
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \to -\infty} \left(x^{f(x)}\right)$ où $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

1. a n'existe pas. **Vrai**
2. a vaut 0. **Faux**
3. a est $+\infty$. **Faux**
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim\limits_{x \to -\infty} \left(x^{f(x)}\right)$ où $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

1. a n'existe pas. **Vrai**
2. a vaut 0. **Faux**
3. a est $+\infty$. **Faux**
4. a vaut 1. **Faux**

Limite

On pose $a = \lim\limits_{x \to 0^+} \left(x^{\sqrt{x}} \right)$.

1. a n'existe pas.
2. a vaut 0.
3. a est $+\infty$.
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \to 0^+} \left(x^{\sqrt{x}}\right)$.

1. a n'existe pas. **Faux**
2. a vaut 0.
3. a est $+\infty$.
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \to 0^+} \left(x^{\sqrt{x}} \right)$.

1. a n'existe pas. **Faux**
2. a vaut 0. **Faux**
3. a est $+\infty$.
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \to 0^+} \left(x^{\sqrt{x}} \right)$.

1. a n'existe pas. **Faux**
2. a vaut 0. **Faux**
3. a est $+\infty$. **Faux**
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim\limits_{x \to 0^+} \left(x^{\sqrt{x}} \right)$.

1. a n'existe pas. **Faux**
2. a vaut 0. **Faux**
3. a est $+\infty$. **Faux**
4. a vaut 1. **Vrai**

Limite

On pose $a = \lim_{x \to +\infty} \left(x^{\sqrt{x}} \right)$.

1. a n'existe pas.
2. a vaut 0.
3. a est $+\infty$.
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(x^{\sqrt{x}} \right)$.

1. a n'existe pas. **Faux**
2. a vaut 0.
3. a est $+\infty$.
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \to +\infty} \left(x^{\sqrt{x}} \right)$.

1. a n'existe pas. **Faux**
2. a vaut 0. **Faux**
3. a est $+\infty$.
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \to +\infty} \left(x^{\sqrt{x}} \right)$.

1. a n'existe pas. **Faux**
2. a vaut 0. **Faux**
3. a est $+\infty$. **Vrai**
4. a vaut 1.

Limite

On pose $a = \lim_{x \to +\infty} \left(x^{\sqrt{x}} \right)$.

1. a n'existe pas. **Faux**
2. a vaut 0. **Faux**
3. a est $+\infty$. **Vrai**
4. a vaut 1. **Faux**

Limite

On appelle A la quantité $\underset{x \to +\infty}{lim} (\lfloor x \rfloor (2 + \sin(x)))$.

1. A est 0.
2. A n'existe pas.
3. A est $x \sin(x)$.
4. A est $+\infty$.

Limite

On appelle A la quantité $\lim_{x \to +\infty} \left(\lfloor x \rfloor (2 + \sin(x)) \right)$.

1. A est 0. **Faux**
2. A n'existe pas.
3. A est $x \sin(x)$.
4. A est $+\infty$.

Limite

On appelle A la quantité $\underset{x\to+\infty}{lim}\left(\lfloor x\rfloor(2+\sin(x)\right)$.

1. A est 0. **Faux**
2. A n'existe pas.
3. A est $x\sin(x)$.
4. A est $+\infty$.

Noter que $\lfloor x\rfloor \leq f(x) \leq 3\lfloor x\rfloor$...

Limite

On appelle A la quantité $\underset{x\to+\infty}{lim}\left(\lfloor x\rfloor(2+\sin(x)\right)$.

1. A est 0. **Faux**
2. A n'existe pas.
3. A est $x\sin(x)$.
4. A est $+\infty$.

Noter que $\lfloor x\rfloor \leq f(x) \leq 3\lfloor x\rfloor$...

Limite

On appelle A la quantité $\lim\limits_{x \to +\infty} (\lfloor x \rfloor (2 + \sin(x))$.

1. A est 0. **Faux**
2. A n'existe pas. **Faux**
3. A est $x \sin(x)$. **Faux**
4. A est $+\infty$. **Vrai**

Noter que $\lfloor x \rfloor \leq f(x) \leq 3\lfloor x \rfloor$...

Limite

On appelle A la quantité $\underset{x\to+\infty}{lim}(\sin^2(x))$.

1. A est $+\infty$.
2. A est 0.
3. A n'existe pas.
4. A est 1.

Limite

On appelle A la quantité $\underset{x\to+\infty}{lim}(\sin^2(x))$.

1. A est $+\infty$. **Faux**
2. A est 0.
3. A n'existe pas.
4. A est 1.

Limite

On appelle A la quantité $\underset{x\to+\infty}{lim}(\sin^2(x))$.

1. A est $+\infty$. **Faux**
2. A est 0. **Faux**
3. A n'existe pas.
4. A est 1.

Limite

On appelle A la quantité $\underset{x \to +\infty}{lim}(\sin^2(x))$.

1. A est $+\infty$. **Faux**
2. A est 0. **Faux**
3. A n'existe pas. **Vrai**
4. A est 1.

Limite

On appelle A la quantité $\lim\limits_{x \to +\infty} (\sin^2(x))$.

1. A est $+\infty$. **Faux**
2. A est 0. **Faux**
3. A n'existe pas. **Vrai**
4. A est 1. **Faux**

Limite

On appelle A la quantité $\underset{x \to 0}{lim} \left(x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \right)$.

1. A est $+\infty$.
2. A est 0.
3. A n'existe pas.
4. A est 1.

Limite

On appelle A la quantité $\lim\limits_{x\to 0}\left(x\left\lfloor\frac{1}{x}\right\rfloor\right)$.

1. A est $+\infty$. **Faux**
2. A est 0.
3. A n'existe pas.
4. A est 1.

Limite

On appelle A la quantité $\underset{x \to 0}{lim} \left(x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \right)$.

1. A est $+\infty$. **Faux**
2. A est 0. **Faux**
3. A n'existe pas.
4. A est 1.

Se souvenir que $x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x$

Limite

On appelle A la quantité $\lim_{x \to 0} \left(x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \right)$.

1. A est $+\infty$. **Faux**
2. A est 0. **Faux**
3. A n'existe pas. **Faux**
4. A est 1.

Se souvenir que $x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x$

Limite

On appelle A la quantité $\lim\limits_{x \to 0} \left(x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \right)$.

1. A est $+\infty$. **Faux**
2. A est 0. **Faux**
3. A n'existe pas. **Faux**
4. A est 1. **Vrai**

Se souvenir que $x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x$

continuité

- Définition de la continuité de f en x_0 ?
- Exemples de fonction prolongeable par continuité en 0 :
- Que dire de l'image d'un segment par une fonction continue ?
- Condition nécessaire et suffisante pour que f soit une bijection de l'intervalle I sur l'intervalle J :

  ;
- Que peut-on dire de f^{-1} dans ce cas ?

continuité

- Définition de la continuité de f en x_0 ? $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$
- Exemples de fonction prolongeable par continuité en 0 :
- Que dire de l'image d'un segment par une fonction continue ?
- Condition nécessaire et suffisante pour que f soit une bijection de l'intervalle I sur l'intervalle J :

  ;
- Que peut-on dire de f^{-1} dans ce cas ?

continuité

- Définition de la continuité de f en x_0 ? $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$
- Exemples de fonction prolongeable par continuité en 0 : $\dfrac{\sin x}{x}$; $\dfrac{\tan x}{x}$; $\dfrac{e^x - 1}{x}$; $\dfrac{\ln(1+x)}{x}$; $\dfrac{\ln(1+x) - x}{x^2}$
- Que dire de l'image d'un segment par une fonction continue ?
- Condition nécessaire et suffisante pour que f soit une bijection de l'intervalle I sur l'intervalle J :

;

- Que peut-on dire de f^{-1} dans ce cas ?

continuité

- Définition de la continuité de f en x_0 ? $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$
- Exemples de fonction prolongeable par continuité en 0 : $\frac{\sin x}{x}$; $\frac{\tan x}{x}$; $\frac{e^x - 1}{x}$; $\frac{\ln(1+x)}{x}$; $\frac{\ln(1+x) - x}{x^2}$
- Que dire de l'image d'un segment par une fonction continue ? L'image d'un segment $[a, b]$ par une fonction continue est un segment $[m, M]$ et $\exists (x_0, x_1) \in [a, b]^2 / f(x_0) = m$ et $f(x_1) = M$
- Condition nécessaire et suffisante pour que f soit une bijection de l'intervalle I sur l'intervalle J :

  ;
- Que peut-on dire de f^{-1} dans ce cas ?

continuité

- Définition de la continuité de f en x_0 ? $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$
- Exemples de fonction prolongeable par continuité en 0 : $\dfrac{\sin x}{x}$; $\dfrac{\tan x}{x}$; $\dfrac{e^x - 1}{x}$; $\dfrac{\ln(1+x)}{x}$; $\dfrac{\ln(1+x) - x}{x^2}$
- Que dire de l'image d'un segment par une fonction continue ? L'image d'un segment $[a, b]$ par une fonction continue est un segment $[m, M]$ et $\exists (x_0, x_1) \in [a, b]^2 / f(x_0) = m$ et $f(x_1) = M$
- Condition nécessaire et suffisante pour que f soit une bijection de l'intervalle I sur l'intervalle J :f **est continue, strictement monotone et** $f(I) = J$;
- Que peut-on dire de f^{-1} dans ce cas ?

continuité

- Définition de la continuité de f en x_0 ? $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$
- Exemples de fonction prolongeable par continuité en 0 : $\frac{\sin x}{x}$; $\frac{\tan x}{x}$; $\frac{e^x - 1}{x}$; $\frac{\ln(1+x)}{x}$; $\frac{\ln(1+x) - x}{x^2}$
- Que dire de l'image d'un segment par une fonction continue ? L'image d'un segment $[a, b]$ par une fonction continue est un segment $[m, M]$ et $\exists (x_0, x_1) \in [a, b]^2 / f(x_0) = m$ et $f(x_1) = M$
- Condition nécessaire et suffisante pour que f soit une bijection de l'intervalle I sur l'intervalle J :f **est continue, strictement monotone et** $f(I) = J$;
- Que peut-on dire de f^{-1} dans ce cas ? f^{-1} **est une bijection de** J **sur** I **et de même monotonie que** f

continuité

arcsin est la réciproque de sin restreinte à $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. On pose $g = \text{arcsin}$.

1. g n'existe pas forcément.
2. g est croissante.
3. g est décroissante.
4. g est paire.

continuité

arcsin est la réciproque de sin restreinte à $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. On pose $g = \text{arcsin}$.

1. g n'existe pas forcément.
2. g est croissante.
3. g est décroissante. **Faux**
4. g est paire.

continuité

arcsin est la réciproque de sin restreinte à $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. On pose $g = \text{arcsin}$.

1. g n'existe pas forcément. **Faux**
2. g est croissante.
3. g est décroissante. **Faux**
4. g est paire.

continuité

arcsin est la réciproque de sin restreinte à $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$. On pose $g=\text{arcsin}$.

1. g n'existe pas forcément. **Faux**
2. g est croissante.
3. g est décroissante. **Faux**
4. g est paire. **Faux**

continuité

arcsin est la réciproque de sin restreinte à $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. On pose $g = \text{arcsin}$.

1. g n'existe pas forcément. **Faux**
2. g est croissante. **Vrai**
3. g est décroissante. **Faux**
4. g est paire. **Faux**

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si} x > 10 \\ 0 & \text{si} x = 10 \\ 1 & \text{si} x < 10 \end{cases}$.

1. g est prolongeable par continuité en 10.
2. $\lim\limits_{x \to 10} (g(x))$ vaut 0.
3. $\lim\limits_{x \to 10^-} (g(x))$ vaut 1.
4. g est continue en 10.

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si} x > 10 \\ 0 & \text{si} x = 10 \\ 1 & \text{si} x < 10 \end{cases}$.

1. g est prolongeable par continuité en 10. **Faux**
2. $\underset{x \to 10}{lim} (g(x))$ vaut 0.
3. $\underset{x \to 10^-}{lim} (g(x))$ vaut 1.
4. g est continue en 10.

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si} x > 10 \\ 0 & \text{si} x = 10 \\ 1 & \text{si} x < 10 \end{cases}$.

1. g est prolongeable par continuité en 10. **Faux**
2. $\underset{x \to 10}{lim} (g(x))$ vaut 0. **Faux**
3. $\underset{x \to 10^-}{lim} (g(x))$ vaut 1.
4. g est continue en 10.

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si} x > 10 \\ 0 & \text{si} x = 10 \\ 1 & \text{si} x < 10 \end{cases}.$

1. g est prolongeable par continuité en 10. **Faux**
2. $\lim\limits_{x \to 10} (g(x))$ vaut 0. **Faux**
3. $\lim\limits_{x \to 10^-} (g(x))$ vaut 1. **True**
4. g est continue en 10. **Faux**

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si} x > 10 \\ 1 & \text{si} x < 10 \end{cases}$.

1. $\lim\limits_{x \to 10^-} (g(x))$ n'est pas définie.
2. g est prolongeable par continuité en 10.
3. $\lim\limits_{x \to 10} (g(x))$ vaut 0.
4. g est continue en 10.

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si} x > 10 \\ 1 & \text{si} x < 10 \end{cases}$.

1. $\lim\limits_{x \to 10^-} (g(x))$ n'est pas définie. **Faux**
2. g est prolongeable par continuité en 10.
3. $\lim\limits_{x \to 10} (g(x))$ vaut 0.
4. g est continue en 10.

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si} x > 10 \\ 1 & \text{si} x < 10 \end{cases}$.

1. $\lim\limits_{x \to 10^-} (g(x))$ n'est pas définie. **Faux**
2. g est prolongeable par continuité en 10.
3. $\lim\limits_{x \to 10} (g(x))$ vaut 0.
4. g est continue en 10. **Faux**

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si} x > 10 \\ 1 & \text{si} x < 10 \end{cases}$.

1. $\displaystyle lim_{x \to 10^-} (g(x))$ n'est pas définie. **Faux**
2. g est prolongeable par continuité en 10.
3. $\displaystyle lim_{x \to 10} (g(x))$ vaut 0. **Faux**
4. g est continue en 10. **Faux**

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si} x > 10 \\ 1 & \text{si} x < 10 \end{cases}$.

1. $\underset{x \to 10^-}{lim} (g(x))$ n'est pas définie. **Faux**
2. g est prolongeable par continuité en 10. **Vrai**
3. $\underset{x \to 10}{lim} (g(x))$ vaut 0. **Faux**
4. g est continue en 10. **Faux**

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 2 & \text{si} x > 10 \\ 1 & \text{si} x < 10 \end{cases}$.

1. g est prolongeable par continuité en 10.
2. $\underset{x \to 10}{lim} (g(x))$ vaut 0.
3. $\underset{x \to 10^-}{lim} (g(x))$ vaut 1.
4. g est continue en 10.

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 2 & \text{si} x > 10 \\ 1 & \text{si} x < 10 \end{cases}$.

1. g est prolongeable par continuité en 10.
2. $\lim\limits_{x \to 10} (g(x))$ vaut 0.
3. $\lim\limits_{x \to 10^-} (g(x))$ vaut 1.
4. g est continue en 10.

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 2 & \text{si} x > 10 \\ 1 & \text{si} x < 10 \end{cases}$.

1. g est prolongeable par continuité en 10. **Faux**
2. $\underset{x \to 10}{lim} (g(x))$ vaut 0. **Faux**
3. $\underset{x \to 10^-}{lim} (g(x))$ vaut 1.
4. g est continue en 10.

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 2 & \text{si} x > 10 \\ 1 & \text{si} x < 10 \end{cases}$.

1. g est prolongeable par continuité en 10. **Faux**
2. $\underset{x \to 10}{lim} (g(x))$ vaut 0. **Faux**
3. $\underset{x \to 10^-}{lim} (g(x))$ vaut 1.
4. g est continue en 10. **Faux**

continuité

Soit g la fonction suivante : $g : x \mapsto \begin{cases} 2 & \text{si} x > 10 \\ 1 & \text{si} x < 10 \end{cases}$.

1. g est prolongeable par continuité en 10. **Faux**
2. $\underset{x \to 10}{lim}(g(x))$ vaut 0. **Faux**
3. $\underset{x \to 10^-}{lim}(g(x))$ vaut 1. **Vrai**
4. g est continue en 10. **Faux**

continuité

Un algorithme classique pour trouver un zéro d'une fonction s'appelle :

1. l'algorithme d'Euler.
2. l'algorithme de Fermat.
3. l'algorithme de dichotomie.
4. l'algorithme de trisection.

continuité

Un algorithme classique pour trouver un zéro d'une fonction s'appelle :

1. l'algorithme d'Euler. **Faux**
2. l'algorithme de Fermat.
3. l'algorithme de dichotomie.
4. l'algorithme de trisection.

continuité

Un algorithme classique pour trouver un zéro d'une fonction s'appelle :

1. l'algorithme d'Euler. **Faux**
2. l'algorithme de Fermat. **Faux**
3. l'algorithme de dichotomie.
4. l'algorithme de trisection.

continuité

Un algorithme classique pour trouver un zéro d'une fonction s'appelle :

1. l'algorithme d'Euler. **Faux**
2. l'algorithme de Fermat. **Faux**
3. l'algorithme de dichotomie.
4. l'algorithme de trisection. **Faux**

continuité

Un algorithme classique pour trouver un zéro d'une fonction s'appelle :

1. l'algorithme d'Euler. **Faux**
2. l'algorithme de Fermat. **Faux**
3. l'algorithme de dichotomie. **Vrai**
4. l'algorithme de trisection. **Faux**

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$ à $0,01$ près, on va :

1. faire une boucle for.
2. écrire while $(b - a) > 0,01$.
3. écrire while $(f(b) - f(a)) < 0,01$.
4. écrire while $(f(b) - f(a)) > 0,01$.

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$ à $0,01$ près, on va :

1. faire une boucle for.
2. écrire while $(b - a) > 0,01$.
3. écrire while $(f(b) - f(a)) < 0,01$. **Faux**
4. écrire while $(f(b) - f(a)) > 0,01$.

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$ à $0,01$ près, on va :

1. faire une boucle for.
2. écrire while $(b - a) > 0,01$.
3. écrire while $(f(b) - f(a)) < 0,01$. **Faux**
4. écrire while $(f(b) - f(a)) > 0,01$. **Faux**

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$ à $0,01$ près, on va :

1. faire une boucle for. **Faux**
2. écrire while $(b - a) > 0,01$.
3. écrire while $(f(b) - f(a)) < 0,01$. **Faux**
4. écrire while $(f(b) - f(a)) > 0,01$. **Faux**

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$ à $0,01$ près, on va :

1. faire une boucle for. **Faux**
2. écrire while $(b - a) > 0,01$. **Vrai**
3. écrire while $(f(b) - f(a)) < 0,01$. **Faux**
4. écrire while $(f(b) - f(a)) > 0,01$. **Faux**

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$, après avoir calculé $\dfrac{a+b}{2}$ (que l'on appelle c), si on constate que $f(a) \times f(c) \leq 0$, on va :

1. poser $a = c$.
2. poser $b = a$.
3. poser $b = c$.
4. poser $c = a$.

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$, après avoir calculé $\dfrac{a+b}{2}$ (que l'on appelle c), si on constate que $f(a) \times f(c) \leq 0$, on va :

1. poser $a = c$.
2. poser $b = a$. **Faux**
3. poser $b = c$.
4. poser $c = a$.

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$, après avoir calculé $\dfrac{a+b}{2}$ (que l'on appelle c), si on constate que $f(a) \times f(c) \leq 0$, on va :

1. poser $a = c$. **Faux**
2. poser $b = a$. **Faux**
3. poser $b = c$.
4. poser $c = a$.

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$, après avoir calculé $\dfrac{a+b}{2}$ (que l'on appelle c), si on constate que $f(a) \times f(c) \leq 0$, on va :

1. poser $a = c$. **Faux**
2. poser $b = a$. **Faux**
3. poser $b = c$.
4. poser $c = a$. **Faux**

Dichotomie

Quand on va appliquer l'algorithme de dichotomie pour une fonction numérique f dont on cherche un zéro sur un intervalle $[a, b]$, après avoir calculé $\dfrac{a+b}{2}$ (que l'on appelle c), si on constate que $f(a) \times f(c) \leq 0$, on va :

1. poser $a = c$. **Faux**
2. poser $b = a$. **Faux**
3. poser $b = c$. **True**
4. poser $c = a$. **Faux**

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \sqrt{x}$. Quelle réponse est correcte ?

1. f est continue et dérivable sur $\mathbb{R}_+$.
2. f est continue et dérivable uniquement sur $\mathbb{R}_+^\star$.
3. f est continue sur $\mathbb{R}_+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+^\star$.
4. f est continue sur $\mathbb{R}_+^\star$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+$.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \sqrt{x}$. Quelle réponse est correcte ?

1. f est continue et dérivable sur $\mathbb{R}_+$. **Faux**
2. f est continue et dérivable uniquement sur $\mathbb{R}_+^\star$.
3. f est continue sur $\mathbb{R}_+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+^\star$.
4. f est continue sur $\mathbb{R}_+^\star$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+$.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \sqrt{x}$. Quelle réponse est correcte ?

1. f est continue et dérivable sur $\mathbb{R}_+$. **Faux**
2. f est continue et dérivable uniquement sur $\mathbb{R}_+^\star$. **Faux**
3. f est continue sur $\mathbb{R}_+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+^\star$.
4. f est continue sur $\mathbb{R}_+^\star$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+$.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \sqrt{x}$. Quelle réponse est correcte ?

1. f est continue et dérivable sur $\mathbb{R}_+$. **Faux**
2. f est continue et dérivable uniquement sur $\mathbb{R}_+^\star$. **Faux**
3. f est continue sur $\mathbb{R}_+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+^\star$.
4. f est continue sur $\mathbb{R}_+^\star$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+$. **Faux**

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \sqrt{x}$. Quelle réponse est correcte ?

1. f est continue et dérivable sur $\mathbb{R}_+$. **Faux**
2. f est continue et dérivable uniquement sur $\mathbb{R}_+^\star$. **Faux**
3. f est continue sur $\mathbb{R}_+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+^\star$. **Vrai**
4. f est continue sur $\mathbb{R}_+^\star$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+$. **Faux**

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$. Quelle réponse est correcte ?

1. f est continue en 0.
2. f est prolongeable par continuité en 0.
3. f est dérivable en 0.
4. f n'admet pas de limite en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$. Quelle réponse est correcte ?

1. f est continue en 0. **Faux**
2. f est prolongeable par continuité en 0.
3. f est dérivable en 0.
4. f n'admet pas de limite en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$. Quelle réponse est correcte ?

1. f est continue en 0. **Faux**
2. f est prolongeable par continuité en 0.**Faux**
3. f est dérivable en 0.
4. f n'admet pas de limite en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$. Quelle réponse est correcte ?

1. f est continue en 0. **Faux**
2. f est prolongeable par continuité en 0.**Faux**
3. f est dérivable en 0. **Faux**
4. f n'admet pas de limite en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$. Quelle réponse est correcte ?

1. f est continue en 0. **Faux**
2. f est prolongeable par continuité en 0.**Faux**
3. f est dérivable en 0. **Faux**
4. f n'admet pas de limite en 0. **Vrai**

continuité - dérivabilité

Soit $h : x \mapsto \begin{cases} \dfrac{\sin\left(x^2\right)}{x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$.

1. h est continue en 0.
2. h est dérivable en 0.
3. h est prolongeable par continuité en 0.
4. h n'est pas continue en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $h : x \mapsto \begin{cases} \dfrac{\sin\left(x^2\right)}{x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$.

1. h est continue en 0.
2. h est dérivable en 0. **Faux**
3. h est prolongeable par continuité en 0.
4. h n'est pas continue en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $h : x \mapsto \begin{cases} \dfrac{\sin\left(x^2\right)}{x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$.

1. h est continue en 0.
2. h est dérivable en 0. **Faux**
3. h est prolongeable par continuité en 0. **Faux**
4. h n'est pas continue en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $h : x \mapsto \begin{cases} \dfrac{\sin\left(x^2\right)}{x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$.

1. h est continue en 0.
2. h est dérivable en 0. **Faux**
3. h est prolongeable par continuité en 0. **Faux**
4. h n'est pas continue en 0. **Faux**

continuité - dérivabilité

Soit $h : x \mapsto \begin{cases} \dfrac{\sin\left(x^2\right)}{x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$.

1. h est continue en 0. **Vrai**
2. h est dérivable en 0. **Faux**
3. h est prolongeable par continuité en 0. **Faux**
4. h n'est pas continue en 0. **Faux**

continuité - dérivabilité

Soit $h : x \mapsto \begin{cases} \dfrac{\ln\left(x^2\right)}{x-1} & \text{si } x > 1 \\ 0 & \text{si } x < 1 \end{cases}$.

1. h est continue en 1.
2. h est dérivable en 1.
3. h est prolongeable par continuité en 1.
4. h n'est pas continue en 1.

continuité - dérivabilité

$$\text{Soit } h : x \mapsto \begin{cases} \dfrac{\ln\left(x^2\right)}{x-1} & \text{si } x > 1 \\ 0 & \text{si } x < 1 \end{cases}.$$

1. h est continue en 1. **Faux**
2. h est dérivable en 1.
3. h est prolongeable par continuité en 1.
4. h n'est pas continue en 1.

continuité - dérivabilité

Soit $h : x \mapsto \begin{cases} \dfrac{\ln\left(x^2\right)}{x-1} & \text{si } x > 1 \\ 0 & \text{si } x < 1 \end{cases}$.

1. h est continue en 1. **Faux**
2. h est dérivable en 1. **Faux**
3. h est prolongeable par continuité en 1.
4. h n'est pas continue en 1.

continuité - dérivabilité

Soit $h : x \mapsto \begin{cases} \dfrac{\ln\left(x^2\right)}{x-1} & \text{si } x > 1 \\ 0 & \text{si } x < 1 \end{cases}$.

1. h est continue en 1. **Faux**
2. h est dérivable en 1. **Faux**
3. h est prolongeable par continuité en 1. **Faux**
4. h n'est pas continue en 1.

continuité - dérivabilité

Soit $h : x \mapsto \begin{cases} \dfrac{\ln\left(x^2\right)}{x-1} & \text{si } x > 1 \\ 0 & \text{si } x < 1 \end{cases}.$

1. h est continue en 1. **Faux**
2. h est dérivable en 1. **Faux**
3. h est prolongeable par continuité en 1. **Faux**
4. h n'est pas continue en 1. **Vrai**

(Pensez à utiliser l'équivalent de $\ln(v)$ au voisinage de 1...)

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto x^2 \times \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$.

1. f est définie en 0.
2. f est continue en 0.
3. f est prolongeable par continuité en 0.
4. f est dérivable en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto x^2 \times \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$.

1. f est définie en 0. **Faux**
2. f est continue en 0.
3. f est prolongeable par continuité en 0.
4. f est dérivable en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto x^2 \times \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$.

1. f est définie en 0. **Faux**
2. f est continue en 0. **Faux**
3. f est prolongeable par continuité en 0.
4. f est dérivable en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto x^2 \times \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$.

1. f est définie en 0. **Faux**
2. f est continue en 0. **Faux**
3. f est prolongeable par continuité en 0. **Vrai**
4. f est dérivable en 0.

continuité - dérivabilité

Soit $f : x \mapsto x^2 \times \arctan\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

1. f est définie en 0. **Faux**
2. f est continue en 0. **Faux**
3. f est prolongeable par continuité en 0. **Vrai**
4. f est dérivable en 0. **Faux**

dérivabilité

On appelle L la limite de $x \mapsto \dfrac{\cos(x) - \cos(1)}{x - 1}$ en 1.

1. $L = -\sin(1)$.
2. $L = 0$.
3. L n'existe pas.
4. $L = \sin(1)$.

dérivabilité

On appelle L la limite de $x \mapsto \dfrac{\cos(x) - \cos(1)}{x - 1}$ en 1.

1. $L = -\sin(1)$.
2. $L = 0$.
3. L n'existe pas. **Faux**
4. $L = \sin(1)$.

dérivabilité

On appelle L la limite de $x \mapsto \dfrac{\cos(x) - \cos(1)}{x - 1}$ en 1.

1. $L = -\sin(1)$.
2. $L = 0$. **Faux**
3. L n'existe pas. **Faux**
4. $L = \sin(1)$.

dérivabilité

On appelle L la limite de $x \mapsto \dfrac{\cos(x)-\cos(1)}{x-1}$ en 1.

1. $L = -\sin(1)$.
2. $L = 0$. **Faux**
3. L n'existe pas. **Faux**
4. $L = \sin(1)$. **Faux**

dérivabilité

On appelle L la limite de $x \mapsto \dfrac{\cos(x) - \cos(1)}{x - 1}$ en 1.

1. $L = -\sin(1)$. **Vrai**
2. $L = 0$. **Faux**
3. L n'existe pas. **Faux**
4. $L = \sin(1)$. **Faux**

dérivabilité

Soient f une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ et a un réel.

1. Si f est continue en a alors f est dérivable en a.
2. Si f est définie en a alors f est dérivable en a.
3. Si f est dérivable en a alors f est continue en a.
4. Si f est continue en a alors f n'est pas dérivable en a.

dérivabilité

Soient f une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ et a un réel.

1. Si f est continue en a alors f est dérivable en a. **Faux**
2. Si f est définie en a alors f est dérivable en a.
3. Si f est dérivable en a alors f est continue en a.
4. Si f est continue en a alors f n'est pas dérivable en a.

dérivabilité

Soient f une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ et a un réel.

1. Si f est continue en a alors f est dérivable en a. **Faux**
2. Si f est définie en a alors f est dérivable en a. **Faux**
3. Si f est dérivable en a alors f est continue en a.
4. Si f est continue en a alors f n'est pas dérivable en a.

dérivabilité

Soient f une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ et a un réel.

1. Si f est continue en a alors f est dérivable en a. **Faux**
2. Si f est définie en a alors f est dérivable en a. **Faux**
3. Si f est dérivable en a alors f est continue en a. **Vrai**
4. Si f est continue en a alors f n'est pas dérivable en a.

dérivabilité

Soient f une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ et a un réel.

1. Si f est continue en a alors f est dérivable en a. **Faux**
2. Si f est définie en a alors f est dérivable en a. **Faux**
3. Si f est dérivable en a alors f est continue en a. **Vrai**
4. Si f est continue en a alors f n'est pas dérivable en a. **Faux**

dérivabilité

- On suppose f dérivable sur $\mathbb{R}$. Que vaut $\displaystyle lim_{x \to 0} \frac{f(-x) - f(0)}{x}$?

- Comment obtient-on la dérivée de f^{-1} ?

dérivabilité

- On suppose f dérivable sur $\mathbb{R}$. Que vaut $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(-x)-f(0)}{x}$?
  On pose $g(x) = f(-x)$.
  Alors g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $g'(x) = -f'(-x)$. D'où :
  $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(-x)-f(0)}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{g(x)-g(0)}{x} = g'(0) = -f'(0)$
- Comment obtient-on la dérivée de f^{-1} ?

dérivabilité

- On suppose f dérivable sur $\mathbb{R}$. Que vaut $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(-x)-f(0)}{x}$?
  On pose $g(x) = f(-x)$.
  Alors g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $g'(x) = -f'(-x)$. D'où :
  $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(-x)-f(0)}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{g(x)-g(0)}{x} = g'(0) = -f'(0)$
- Comment obtient-on la dérivée de f^{-1} ? Si f est dérivable sur un intervalle I et si $\forall x \in I, f'(x) \neq 0$, alors f^{-1} est dérivable sur l'intervalle $J = f(I)$ et on a

$$(f^{-1})' = \frac{1}{f' \circ f^{-1}}$$

dérivabilité

Soit f, fonction dérivable et strict. monotone de $\mathbb{R}$ sur $[-1,6]$.

1. f^{-1} est dérivable sur $[-1,6]$.
2. Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dériv. en 3 et $\left(f^{-1}\right)'(3) = -\dfrac{1}{f'(3)}$.
3. Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dérivable en $f(3)$ et $\left(f^{-1}\right)'(f(3)) = \dfrac{1}{f'(3)}$.
4. Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dérivable en $f(3)$ et $\left(f^{-1}\right)'(f(3)) = \dfrac{1}{f'(f(3))}$.

dérivabilité

Soit f, fonction dérivable et strict. monotone de $\mathbb{R}$ sur $[-1,6]$.

1. f^{-1} est dérivable sur $[-1,6]$. **Faux**
2. Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dériv. en 3 et $\left(f^{-1}\right)'(3) = -\dfrac{1}{f'(3)}$.
3. Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dérivable en $f(3)$ et $\left(f^{-1}\right)'(f(3)) = \dfrac{1}{f'(3)}$.
4. Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dérivable en $f(3)$ et $\left(f^{-1}\right)'(f(3)) = \dfrac{1}{f'(f(3))}$.

dérivabilité

Soit f, fonction dérivable et strict. monotone de $\mathbb{R}$ sur $[-1, 6]$.

1. f^{-1} est dérivable sur $[-1, 6]$. **Faux**
2. Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dériv. en 3 et $\left(f^{-1}\right)'(3) = -\dfrac{1}{f'(3)}$. **Faux**
3. Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dérivable en $f(3)$ et $\left(f^{-1}\right)'(f(3)) = \dfrac{1}{f'(3)}$.
4. Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dérivable en $f(3)$ et $\left(f^{-1}\right)'(f(3)) = \dfrac{1}{f'(f(3))}$.

dérivabilité

Soit f, fonction dérivable et strict. monotone de $\mathbb{R}$ sur $[-1, 6]$.

1. f^{-1} est dérivable sur $[-1, 6]$. **Faux**
2. Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dériv. en 3 et $\left(f^{-1}\right)'(3) = -\dfrac{1}{f'(3)}$. **Faux**
3. Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dérivable en $f(3)$ et $\left(f^{-1}\right)'(f(3)) = \dfrac{1}{f'(3)}$. **Vrai**
4. Si $f'(3) \neq 0$, f^{-1} est dérivable en $f(3)$ et $\left(f^{-1}\right)'(f(3)) = \dfrac{1}{f'(f(3))}$. **Faux**

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
Sous réserve d'existence, $(g \circ f)'$ est :

1. $\dfrac{f'g - g'f}{g^2}$.
2. $g' \circ f$.
3. $(g' \circ f) \times f'$.
4. $(g' \circ f) \times g'$.

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
Sous réserve d'existence, $(g \circ f)'$ est :

1. $\dfrac{f'g - g'f}{g^2}$. **Faux**
2. $g' \circ f$.
3. $(g' \circ f) \times f'$.
4. $(g' \circ f) \times g'$.

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
Sous réserve d'existence, $(g \circ f)'$ est :

1. $\dfrac{f'g - g'f}{g^2}$. **Faux**
2. $g' \circ f$. **Faux**
3. $(g' \circ f) \times f'$.
4. $(g' \circ f) \times g'$.

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
Sous réserve d'existence, $(g \circ f)'$ est :

1. $\dfrac{f'g - g'f}{g^2}$. **Faux**
2. $g' \circ f$. **Faux**
3. $(g' \circ f) \times f'$. **Vrai**
4. $(g' \circ f) \times g'$.

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
Sous réserve d'existence, $(g \circ f)'$ est :

1. $\dfrac{f'g - g'f}{g^2}$. **Faux**
2. $g' \circ f$. **Faux**
3. $(g' \circ f) \times f'$. **Vrai**
4. $(g' \circ f) \times g'$. **Faux**

dérivabilité

Si f est cos et g est $x \mapsto x^2$ alors :

1. $f \circ g$ est $x \mapsto (\cos(x))^2$.
2. $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x^2)$.
3. $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x)x^2$.
4. $f \circ g$ est $x \mapsto 2\cos(x)$.

dérivabilité

Si f est cos et g est $x \mapsto x^2$ alors :

1. $f \circ g$ est $x \mapsto (\cos(x))^2$.
2. $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x^2)$.
3. $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x)x^2$.
4. $f \circ g$ est $x \mapsto 2\cos(x)$. **Faux**

dérivabilité

Si f est cos et g est $x \mapsto x^2$ alors :

1. $f \circ g$ est $x \mapsto (\cos(x))^2$. **Faux**
2. $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x^2)$.
3. $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x)x^2$.
4. $f \circ g$ est $x \mapsto 2\cos(x)$. **Faux**

dérivabilité

Si f est cos et g est $x \mapsto x^2$ alors :

1. $f \circ g$ est $x \mapsto (\cos(x))^2$. **Faux**
2. $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x^2)$.
3. $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x)x^2$. **Faux**
4. $f \circ g$ est $x \mapsto 2\cos(x)$. **Faux**

dérivabilité

Si f est cos et g est $x \mapsto x^2$ alors :

1. $f \circ g$ est $x \mapsto (\cos(x))^2$. **Faux**
2. $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x^2)$. **Vrai**
3. $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x)x^2$. **Faux**
4. $f \circ g$ est $x \mapsto 2\cos(x)$. **Faux**

dérivabilité

Si f est cos et g est $x \mapsto x^2$ alors :

1. $f \circ g$ est $x \mapsto (\cos(x))^2$. **Faux**
2. $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x^2)$. **Vrai**
3. $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x)x^2$. **Faux**
4. $f \circ g$ est $x \mapsto 2\cos(x)$. **Faux**

Et $(f \circ g)'(x) = \ldots$

dérivabilité

Si f est cos et g est $x \mapsto x^2$ alors :

1. $f \circ g$ est $x \mapsto (\cos(x))^2$. **Faux**
2. $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x^2)$. **Vrai**
3. $f \circ g$ est $x \mapsto \cos(x)x^2$. **Faux**
4. $f \circ g$ est $x \mapsto 2\cos(x)$. **Faux**

Et $(f \circ g)'(x) = \quad -2x\sin(x^2)$

dérivabilité

La dérivée de $x \mapsto \ln(|x|)$ est :

1. $x \mapsto \dfrac{1}{x}$.
2. $x \mapsto -\dfrac{1}{x}$.
3. $x \mapsto \dfrac{1}{|x|}$.
4. $x \mapsto -\dfrac{1}{x^2}$.

dérivabilité

La dérivée de $x \mapsto \ln(|x|)$ est :

1. $x \mapsto \dfrac{1}{x}$. **Vrai**
2. $x \mapsto -\dfrac{1}{x}$. **Faux**
3. $x \mapsto \dfrac{1}{|x|}$. **Faux**
4. $x \mapsto -\dfrac{1}{x^2}$. **Faux**

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$.

1. f est définie sur $\mathbb{R}^+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_\star^+$.
2. f est définie et dérivable sur $]-\infty,-1[\cup[1,+\infty[$.
3. f est dérivable sur $]-1,1[$.
4. f est définie sur $]-\infty,-1[\cup[1,+\infty[$ et dérivable sur $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$.

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$.

1. f est définie sur $\mathbb{R}^+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_\star^+$. **Faux**
2. f est définie et dérivable sur $]-\infty,-1[\cup[1,+\infty[$.
3. f est dérivable sur $]-1,1[$.
4. f est définie sur $]-\infty,-1[\cup[1,+\infty[$ et dérivable sur $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$.

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$.

1. f est définie sur $\mathbb{R}^+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_\star^+$. **Faux**
2. f est définie et dérivable sur $]-\infty, -1[\cup[1, +\infty[$. **Faux**
3. f est dérivable sur $]-1, 1[$.
4. f est définie sur $]-\infty, -1[\cup[1, +\infty[$ et dérivable sur $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$.

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$.

1. f est définie sur $\mathbb{R}^+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_\star^+$. **Faux**
2. f est définie et dérivable sur $]-\infty, -1[\cup[1, +\infty[$. **Faux**
3. f est dérivable sur $]-1, 1[$. **Faux**
4. f est définie sur $]-\infty, -1[\cup[1, +\infty[$ et dérivable sur $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$.

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$.

1. f est définie sur $\mathbb{R}^+$ et dérivable sur $\mathbb{R}^+_\star$. **Faux**
2. f est définie et dérivable sur $]-\infty, -1[\cup[1, +\infty[$. **Faux**
3. f est dérivable sur $]-1, 1[$. **Faux**
4. f est définie sur $]-\infty, -1[\cup[1, +\infty[$ et dérivable sur $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$. **Vrai**

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \ln\left(\left|x^2 - 5x + 6\right|\right)$.

1. f est définie sur $\mathbb{R}_\star^+$.
2. f est définie sur $]-\infty, 2[\cup]3, +\infty[$.
3. f est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{2, 3\}$.
4. $f' : x \mapsto \left|\dfrac{2x-5}{x^2-5x+6}\right|$.

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \ln\left(\left|x^2 - 5x + 6\right|\right)$.

1. f est définie sur $\mathbb{R}_{\star}^{+}$. **Faux**
2. f est définie sur $]-\infty, 2[\cup]3, +\infty[$.
3. f est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{2, 3\}$.
4. $f' : x \mapsto \left|\dfrac{2x - 5}{x^2 - 5x + 6}\right|$.

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \ln\left(\left|x^2 - 5x + 6\right|\right)$.

1. f est définie sur $\mathbb{R}_\star^+$. **Faux**
2. f est définie sur $]-\infty, 2[\cup]3, +\infty[$. **Faux**
3. f est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{2, 3\}$.
4. $f' : x \mapsto \left|\dfrac{2x-5}{x^2-5x+6}\right|$.

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \ln\left(\left|x^2 - 5x + 6\right|\right)$.

1. f est définie sur $\mathbb{R}_\star^+$. **Faux**
2. f est définie sur $]-\infty, 2[\cup]3, +\infty[$. **Faux**
3. f est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{2, 3\}$. **Vrai**
4. $f' : x \mapsto \left|\dfrac{2x - 5}{x^2 - 5x + 6}\right|$.

dérivabilité

Soit f la fonction $f : x \mapsto \ln\left(\left|x^2 - 5x + 6\right|\right)$.

1. f est définie sur $\mathbb{R}_\star^+$. **Faux**
2. f est définie sur $]-\infty, 2[\cup]3, +\infty[$. **Faux**
3. f est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{2, 3\}$. **Vrai**
4. $f' : x \mapsto \left|\dfrac{2x-5}{x^2-5x+6}\right|$. **Faux**

dérivabilité

- Qu'est-ce qu'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ sur un intervalle I ?
- Une fonction f dérivable sur I est-elle de classe $\mathcal{C}^1$ sur I ?
- Savoir citer les théorèmes au programme :

dérivabilité

- Qu'est-ce qu'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ sur un intervalle I ?Une fonction n fois dérivable sur I de dérivée n-ième continue sur I
- Une fonction f dérivable sur I est-elle de classe $\mathcal{C}^1$ sur I ?

- Savoir citer les théorèmes au programme :

dérivabilité

- Qu'est-ce qu'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ sur un intervalle I ?Une fonction n fois dérivable sur I de dérivée n-ième continue sur I
- Une fonction f dérivable sur I est-elle de classe $\mathcal{C}^1$ sur I ? **Non** - Penser à $x^2 sin(1/x)$...
- Savoir citer les théorèmes au programme :

dérivabilité

- Qu'est-ce qu'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ sur un intervalle I ?Une fonction n fois dérivable sur I de dérivée n-ième continue sur I
- Une fonction f dérivable sur I est-elle de classe $\mathcal{C}^1$ sur I ? **Non** - Penser à $x^2 sin(1/x)$...
- Savoir citer les théorèmes au programme : Théorème de Rolle, Égalité des accroissements finis, Théorème de limite de la dérivée (dit encore « de prolongement des applications de classe $\mathcal{C}^1$ »), Formule de Taylor-Young...

dérivabilité

Si on prend une fonction numérique f continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$ (avec a et b deux réels tels que $a < b$) telle que $f(a) = f(b)$ alors f' s'annule sur $]a, b[$. C'est un théorème qui l'affirme. Lequel ?

1. Le théorème de Rolle.
2. Le théorème des accroissements finis.
3. Le théorème de Newton .
4. Le théorème des valeurs intermédiaires.

dérivabilité

Si on prend une fonction numérique f continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$ (avec a et b deux réels tels que $a < b$) telle que $f(a) = f(b)$ alors f' s'annule sur $]a, b[$. C'est un théorème qui l'affirme. Lequel ?

1. Le théorème de Rolle. **Vrai**
2. Le théorème des accroissements finis. **Faux**
3. Le théorème de Newton . **Faux**
4. Le théorème des valeurs intermédiaires. **Faux**

dérivabilité

Si on prend une fonction numérique f continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$ (avec a et b deux réels tels que $a < b$) alors le théorème des accroissements finis affirme que :

1. il existe un réel c tel que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
2. il existe un réel c de $[a, b]$ tel que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
3. il existe un réel c de $]a, b[$ tel que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
4. il existe un réel c tel que $f'(c) = \lim\limits_{a \to b} \left(\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} \right)$.

dérivabilité

Si on prend une fonction numérique f continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$ (avec a et b deux réels tels que $a < b$) alors le théorème des accroissements finis affirme que :

1. il existe un réel c tel que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$. **Faux**
2. il existe un réel c de $[a, b]$ tel que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
3. il existe un réel c de $]a, b[$ tel que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
4. il existe un réel c tel que $f'(c) = \lim\limits_{a \to b} \left(\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} \right)$.

dérivabilité

Si on prend une fonction numérique f continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$ (avec a et b deux réels tels que $a < b$) alors le théorème des accroissements finis affirme que :

1. il existe un réel c tel que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$. **Faux**
2. il existe un réel c de $[a, b]$ tel que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$. **Faux**
3. il existe un réel c de $]a, b[$ tel que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
4. il existe un réel c tel que $f'(c) = \underset{a \to b}{lim} \left(\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} \right)$.

dérivabilité

Si on prend une fonction numérique f continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$ (avec a et b deux réels tels que $a < b$) alors le théorème des accroissements finis affirme que :

1. il existe un réel c tel que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$. **Faux**
2. il existe un réel c de $[a, b]$ tel que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$. **Faux**
3. il existe un réel c de $]a, b[$ tel que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$. **Vrai**
4. il existe un réel c tel que $f'(c) = \lim\limits_{a \to b} \left(\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} \right)$.

dérivabilité

Si on prend une fonction numérique f continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$ (avec a et b deux réels tels que $a < b$) alors le théorème des accroissements finis affirme que :

1. il existe un réel c tel que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$. **Faux**
2. il existe un réel c de $[a, b]$ tel que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$. **Faux**
3. il existe un réel c de $]a, b[$ tel que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$. **Vrai**
4. il existe un réel c tel que $f'(c) = \lim\limits_{a \to b} \left(\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} \right)$. **Faux**

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à prouver que cette équation a des solutions :

1. Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires.
2. Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue.
3. Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle.
4. Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis.

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à prouver que cette équation a des solutions :

1. Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires.
2. Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue.
3. Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle. **Faux**
4. Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis.

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à prouver que cette équation a des solutions :

1. Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires.
2. Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue.
3. Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle. **Faux**
4. Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis. **Faux**

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à prouver que cette équation a des solutions :

1. Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires.
2. Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue. **Faux**
3. Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle. **Faux**
4. Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis. **Faux**

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à prouver que cette équation a des solutions :

1. Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires. **Vrai**
2. Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue. **Faux**
3. Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle. **Faux**
4. Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis. **Faux**

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à dénombrer le nombre de solution de cette équation :

1. Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires.
2. Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue.
3. Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle.
4. Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis.

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à dénombrer le nombre de solution de cette équation :

1. Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires.
2. Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue.
3. Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle. **Faux**
4. Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis.

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à dénombrer le nombre de solution de cette équation :

1. Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires.
2. Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue.
3. Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle. **Faux**
4. Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis. **Faux**

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à dénombrer le nombre de solution de cette équation :

1. Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires. **Faux**
2. Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue.
3. Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle. **Faux**
4. Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis. **Faux**

dérivabilité

Si on me donne une équation que je ne sais pas résoudre et que je cherche à dénombrer le nombre de solution de cette équation :

1. Je peux utiliser probablement le théorème des valeurs intermédiaires. **Faux**
2. Je peux utiliser probablement le théorème de la bijection continue. **Vrai**
3. Je peux utiliser probablement le théorème de Rolle. **Faux**
4. Je peux utiliser probablement le théorème des accroissements finis. **Faux**

dérivabilité

Soit f un élément de $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$.

1. f est alors un élément de $\mathcal{C}^3(\mathbb{R})$.
2. f est alors un élément de $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$.
3. f'' est dérivable.
4. f''' est continue.

dérivabilité

Soit f un élément de $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$.

1. f est alors un élément de $\mathcal{C}^3(\mathbb{R})$.
2. f est alors un élément de $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$.
3. f'' est dérivable. **Faux**
4. f''' est continue.

dérivabilité

Soit f un élément de $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$.

1. f est alors un élément de $\mathcal{C}^3(\mathbb{R})$. **Faux**
2. f est alors un élément de $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$.
3. f'' est dérivable. **Faux**
4. f''' est continue.

dérivabilité

Soit f un élément de $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$.

1. f est alors un élément de $\mathcal{C}^3(\mathbb{R})$. **Faux**
2. f est alors un élément de $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$.
3. f'' est dérivable. **Faux**
4. f''' est continue. **Faux**

dérivabilité

Soit f un élément de $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$.

1. f est alors un élément de $\mathcal{C}^3(\mathbb{R})$. **Faux**
2. f est alors un élément de $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$. **Vrai**
3. f'' est dérivable. **Faux**
4. f''' est continue. **Faux**

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions numériques dérivables sur $\mathbb{R}$ n fois avec n entier naturel alors $(f+g)^{(n)}$:

1. n'existe pas forcément.
2. est $f^{(n)} + g^{(n)}$.
3. est $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{k}{n} f^{(k)} g^{(n-k)}$.
4. est $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} g^{(k)} f^{(n-k)}$.

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions numériques dérivables sur $\mathbb{R}$ n fois avec n entier naturel alors $(f+g)^{(n)}$:

1. n'existe pas forcément. **Faux**
2. est $f^{(n)} + g^{(n)}$.
3. est $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{k}{n} f^{(k)} g^{(n-k)}$.
4. est $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} g^{(k)} f^{(n-k)}$.

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions numériques dérivables sur $\mathbb{R}$ n fois avec n entier naturel alors $(f+g)^{(n)}$:

1. n'existe pas forcément. **Faux**
2. est $f^{(n)} + g^{(n)}$. **True**
3. est $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} f^{(k)} g^{(n-k)}$.
4. est $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} g^{(k)} f^{(n-k)}$.

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions numériques dérivables sur $\mathbb{R}$ n fois avec n entier naturel alors $(f+g)^{(n)}$:

1. n'existe pas forcément. **Faux**
2. est $f^{(n)} + g^{(n)}$. **True**
3. est $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} f^{(k)} g^{(n-k)}$. **Faux**
4. est $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} g^{(k)} f^{(n-k)}$.

dérivabilité

Soient f et g deux fonctions numériques dérivables sur $\mathbb{R}$ n fois avec n entier naturel alors $(f+g)^{(n)}$:

1. n'existe pas forcément. **Faux**
2. est $f^{(n)} + g^{(n)}$. **True**
3. est $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} f^{(k)} g^{(n-k)}$. **Faux**
4. est $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{k}{n} g^{(k)} f^{(n-k)}$. **Faux**

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ est :

1. $x \mapsto x^2$.
2. $x \mapsto \ln(x)$.
3. $x \mapsto x$.
4. $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ est :

1. $x \mapsto x^2$. **Faux**
2. $x \mapsto \ln(x)$.
3. $x \mapsto x$.
4. $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ est :

1. $x \mapsto x^2$. **Faux**
2. $x \mapsto \ln(x)$. **Faux**
3. $x \mapsto x$.
4. $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ est :

1. $x \mapsto x^2$. **Faux**
2. $x \mapsto \ln(x)$. **Faux**
3. $x \mapsto x$. **Vrai**
4. $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ est :

1. $x \mapsto x^2$. **Faux**
2. $x \mapsto \ln(x)$. **Faux**
3. $x \mapsto x$. **Vrai**
4. $x \mapsto 0$. **Faux**

Il fallait penser à multiplier par l'expression conjuguée...

Equivalents :

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\left(1+\frac{1}{x}\right)^x\right) \text{ vaut :}$$

1. 1.
2. 0.
3. e.
4. $+\infty$.

Equivalents :

$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \right)$ vaut :

1. 1. **Faux**
2. 0.
3. e.
4. $+\infty$.

Equivalents :

$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^x \right)$ vaut :

1. 1. **Faux**
2. 0. **Faux**
3. e.
4. $+\infty$.

Equivalents :

$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\left(1 + \dfrac{1}{x} \right)^x \right)$ vaut :

1. 1. **Faux**
2. 0. **Faux**
3. e. **Vrai**
4. $+\infty$.

Equivalents :

$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \right)$ vaut :

1. 1. **Faux**
2. 0. **Faux**
3. e. **Vrai**
4. $+\infty$. **Faux**

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sin(x) - x$ est :

1. $x \mapsto x$.
2. $x \mapsto \dfrac{x^3}{6}$.
3. $x \mapsto -\dfrac{x^3}{6}$.
4. $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sin(x) - x$ est :

1. $x \mapsto x$. **Faux**
2. $x \mapsto \dfrac{x^3}{6}$.
3. $x \mapsto -\dfrac{x^3}{6}$.
4. $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sin(x) - x$ est :

1. $x \mapsto x$. **Faux**
2. $x \mapsto \dfrac{x^3}{6}$. **Faux**
3. $x \mapsto -\dfrac{x^3}{6}$.
4. $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sin(x) - x$ est :

1. $x \mapsto x$. **Faux**
2. $x \mapsto \dfrac{x^3}{6}$. **Faux**
3. $x \mapsto -\dfrac{x^3}{6}$. **Vrai**
4. $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \sin(x) - x$ est :

1. $x \mapsto x$. **Faux**
2. $x \mapsto \dfrac{x^3}{6}$. **Faux**
3. $x \mapsto -\dfrac{x^3}{6}$. **Vrai**
4. $x \mapsto 0$. **Faux**

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \ln(1+x) - x$ est :

1. $x \mapsto x^3$.
2. $x \mapsto \dfrac{x^2}{2}$.
3. $x \mapsto -\dfrac{x^2}{2}$.
4. $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \ln(1+x) - x$ est :

1. $x \mapsto x^3$. **Faux**
2. $x \mapsto \dfrac{x^2}{2}$.
3. $x \mapsto -\dfrac{x^2}{2}$.
4. $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \ln(1+x) - x$ est :

1. $x \mapsto x^3$. **Faux**
2. $x \mapsto \dfrac{x^2}{2}$. **Faux**
3. $x \mapsto -\dfrac{x^2}{2}$.
4. $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \ln(1+x) - x$ est :

1. $x \mapsto x^3$. **Faux**
2. $x \mapsto \dfrac{x^2}{2}$. **Faux**
3. $x \mapsto -\dfrac{x^2}{2}$. **Vrai**
4. $x \mapsto 0$.

Equivalents :

Un équivalent en zéro de : $f : x \mapsto \ln(1+x) - x$ est :

1. $x \mapsto x^3$. **Faux**
2. $x \mapsto \dfrac{x^2}{2}$. **Faux**
3. $x \mapsto -\dfrac{x^2}{2}$. **Vrai**
4. $x \mapsto 0$. **Faux**

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \cos(\sin(x))$.

1. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 1$.
2. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \dfrac{x^2}{2}$.
3. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \cos(x) - 1$.
4. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \dfrac{(\sin(x))^2}{2}$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \cos(\sin(x))$.

1. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 1$.
2. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \dfrac{x^2}{2}$.
3. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \cos(x) - 1$. **Faux**
4. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \dfrac{(\sin(x))^2}{2}$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \cos(\sin(x))$.

1. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} 1$.
2. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \dfrac{x^2}{2}$. **Faux**
3. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \cos(x) - 1$. **Faux**
4. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \dfrac{(\sin(x))^2}{2}$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \cos(\sin(x))$.

1. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} 1$.
2. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \dfrac{x^2}{2}$. **Faux**
3. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \cos(x) - 1$. **Faux**
4. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \dfrac{(\sin(x))^2}{2}$. **Faux**

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \cos(\sin(x))$.

1. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} 1$. **Vrai**
2. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \dfrac{x^2}{2}$. **Faux**
3. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \cos(x) - 1$. **Faux**
4. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \dfrac{(\sin(x))^2}{2}$. **Faux**

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto -\cos(\sin(x)) + 1$.

1. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 0$.
2. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} -\dfrac{x^2}{2}$.
3. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \dfrac{x^2}{2}$.
4. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \dfrac{(\sin(x))^2}{2} - x$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto -\cos(\sin(x)) + 1$.

1. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} 0$. **Faux**
2. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} -\dfrac{x^2}{2}$.
3. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \dfrac{x^2}{2}$.
4. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \dfrac{(\sin(x))^2}{2} - x$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto -\cos(\sin(x)) + 1$.

1. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 0$. **Faux**
2. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} -\dfrac{x^2}{2}$. **Faux**
3. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \dfrac{x^2}{2}$.
4. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \dfrac{(\sin(x))^2}{2} - x$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto -\cos(\sin(x)) + 1$.

1. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 0$. **Faux**
2. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} -\dfrac{x^2}{2}$. **Faux**
3. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \dfrac{x^2}{2}$. **Vrai**
4. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \dfrac{(\sin(x))^2}{2} - x$. **Faux**

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \exp\left(\sin^2(x)\right) - 1$.

1. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 0$.
2. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \dfrac{x^2}{2} + x^3$.
3. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} x^2$.
4. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 2(\sin(x))^2$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \exp\left(\sin^2(x)\right) - 1$.

1. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 0$. **Faux**
2. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \dfrac{x^2}{2} + x^3$.
3. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} x^2$.
4. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 2(\sin(x))^2$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \exp\left(\sin^2(x)\right) - 1$.

1. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 0$. **Faux**
2. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \dfrac{x^2}{2} + x^3$. **Faux**
3. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} x^2$.
4. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 2(\sin(x))^2$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \exp\left(\sin^2(x)\right) - 1$.

1. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 0$. **Faux**
2. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \dfrac{x^2}{2} + x^3$. **Faux**
3. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} x^2$. **Vrai**
4. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 2(\sin(x))^2$. **Faux**

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \arctan(x - \sqrt{x})$.

1. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 0$.
2. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} x^2$.
3. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} x$.
4. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} -\sqrt{x}$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \arctan(x - \sqrt{x})$.

1. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 0$. **Faux**
2. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} x^2$.
3. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} x$.
4. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} -\sqrt{x}$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \arctan(x - \sqrt{x})$.

1. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 0$. **Faux**
2. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} x^2$. **Faux**
3. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} x$.
4. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} -\sqrt{x}$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \arctan(x - \sqrt{x})$.

1. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 0$. **Faux**
2. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} x^2$. **Faux**
3. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} x$. **Faux**
4. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} -\sqrt{x}$.

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \arctan(x - \sqrt{x})$.

1. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 0$. **Faux**
2. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} x^2$. **Faux**
3. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} x$. **Faux**
4. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} -\sqrt{x}$. **Vrai**

Equivalents :

Soit $f : x \mapsto \arctan(x - \sqrt{x})$.

1. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} 0$. **Faux**
2. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} x^2$. **Faux**
3. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} x$. **Faux**
4. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} -\sqrt{x}$. **Vrai**

On rappelle que $x - \sqrt(x) = -\sqrt(x)(1 - \sqrt(x))$ avec $\underset{x \to 0}{lim}(1 - \sqrt(x)) = 1 \ldots$

Développements limités :

√ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_1 : x \longmapsto \dfrac{1}{1-x}$

X D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_2 : x \longmapsto \dfrac{1}{2+x}$

X D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_3 : x \longmapsto tan(x)$

Développements limités :

√ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_1 : x \longmapsto \dfrac{1}{1-x}$

$f_1(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \circ(x^3)$

√ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_2 : x \longmapsto \dfrac{1}{2+x}$

X D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_3 : x \longmapsto tan(x)$

Développements limités :

√ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_1 : x \longmapsto \dfrac{1}{1-x}$

$f_1(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \circ(x^3)$

√ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_2 : x \longmapsto \dfrac{1}{2+x}$

$$f_2(x) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{8} + \circ(x^3)\right)$$

√ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_3 : x \longmapsto tan(x)$

Développements limités :

√ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_1 : x \longmapsto \dfrac{1}{1-x}$

$$f_1(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \circ(x^3)$$

√ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_2 : x \longmapsto \dfrac{1}{2+x}$

$$f_2(x) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{8} + \circ(x^3)\right)$$

√ D.L à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $f_3 : x \longmapsto tan(x)$

$$f_3(x) = x + \frac{x^3}{3} + \circ(x^3)$$

Développements limités à l'ordre 1 :

Soit $f : \begin{cases} [-1;1] \mapsto \mathbb{R} \\ x \mapsto \begin{cases} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases} \end{cases}$.

On peut prouver que $f(x) \underset{0}{=} 1 + \circ(x)$. On en déduit :

1. f est continue en 0 et $f(0) = 0$.
2. f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$.
3. f est dérivable en 0 et $f(0) = 1$.
4. f est dérivable en 0 et $f'(0) = x$.

Développements limités à l'ordre 1 :

Soit $f : \begin{cases} [-1;1] \mapsto \mathbb{R} \\ x \mapsto \begin{cases} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases} \end{cases}$.

On peut prouver que $f(x) \underset{0}{=} 1 + \circ(x)$. On en déduit :

1. f est continue en 0 et $f(0) = 0$. **Faux**
2. f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$.
3. f est dérivable en 0 et $f(0) = 1$.
4. f est dérivable en 0 et $f'(0) = x$.

Développements limités à l'ordre 1 :

Soit $f : \begin{cases} [-1;1] \mapsto \mathbb{R} \\ x \mapsto \begin{cases} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases} \end{cases}$.

On peut prouver que $f(x) \underset{0}{=} 1 + \circ(x)$. On en déduit :

1. f est continue en 0 et $f(0) = 0$. **Faux**
2. f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$.
3. f est dérivable en 0 et $f(0) = 1$. **Faux**
4. f est dérivable en 0 et $f'(0) = x$.

Développements limités à l'ordre 1 :

Soit $f : \begin{cases} [-1;1] \mapsto \mathbb{R} \\ x \mapsto \begin{cases} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases} \end{cases}$.

On peut prouver que $f(x) \underset{0}{=} 1 + \circ(x)$. On en déduit :

1. f est continue en 0 et $f(0) = 0$. **Faux**
2. f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$.
3. f est dérivable en 0 et $f(0) = 1$. **Faux**
4. f est dérivable en 0 et $f'(0) = x$. **Faux**

Développements limités à l'ordre 1 :

Soit $f : \begin{cases} [-1;1] \mapsto \mathbb{R} \\ x \mapsto \begin{cases} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases} \end{cases}$.

On peut prouver que $f(x) \underset{0}{=} 1 + \circ(x)$. On en déduit :

1. f est continue en 0 et $f(0) = 0$. **Faux**
2. f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$. **Vrai**
3. f est dérivable en 0 et $f(0) = 1$. **Faux**
4. f est dérivable en 0 et $f'(0) = x$. **Faux**

Ne pas oublier le lien entre dérivabilité en a et existence d'un DL à l'ordre 1 au voisinage de a.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto \dfrac{\sin^2(x)}{x}$ et C_f sa courbe représentative.

On peut prouver que $f(x) \underset{0}{=} x - \dfrac{x^3}{3} + \circ(x^3)$. On en déduit :

1. La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est en-dessous de sa tangente.
2. La tangente en $(0,1)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est au-dessus de sa tangente.
3. La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f traverse cette tangente.
4. La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x - \dfrac{x^3}{3}$.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto \dfrac{\sin^2(x)}{x}$ et C_f sa courbe représentative.

On peut prouver que $f(x) \underset{0}{=} x - \dfrac{x^3}{3} + \circ(x^3)$. On en déduit :

1. La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est en-dessous de sa tangente. **Faux**
2. La tangente en $(0,1)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est au-dessus de sa tangente.
3. La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f traverse cette tangente.
4. La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x - \dfrac{x^3}{3}$.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto \dfrac{\sin^2(x)}{x}$ et C_f sa courbe représentative.

On peut prouver que $f(x) \underset{0}{=} x - \dfrac{x^3}{3} + \circ(x^3)$. On en déduit :

1. La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est en-dessous de sa tangente. **Faux**
2. La tangente en $(0,1)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est au-dessus de sa tangente. **Faux**
3. La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f traverse cette tangente.
4. La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x - \dfrac{x^3}{3}$.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto \dfrac{\sin^2(x)}{x}$ et C_f sa courbe représentative.

On peut prouver que $f(x) \underset{0}{=} x - \dfrac{x^3}{3} + \circ(x^3)$. On en déduit :

1. La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est en-dessous de sa tangente. **Faux**
2. La tangente en $(0,1)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est au-dessus de sa tangente. **Faux**
3. La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f traverse cette tangente. **Vrai**
4. La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x - \dfrac{x^3}{3}$.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto \dfrac{\sin^2(x)}{x}$ et C_f sa courbe représentative.

On peut prouver que $f(x) \underset{0}{=} x - \dfrac{x^3}{3} + \circ(x^3)$. On en déduit :

1. La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est en-dessous de sa tangente. **Faux**
2. La tangente en $(0,1)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f est au-dessus de sa tangente. **Faux**
3. La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x$ et C_f traverse cette tangente. **Vrai**
4. La tangente en $(0,0)$ à C_f a pour équation $y = x - \dfrac{x^3}{3}$. **Faux**

Le signe de $f(x) - x$ change selon que x est inférieur à 0 ou supérieur à 0...

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto x \times \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ et C_f sa courbe représentative. De $f(x) \underset{+\infty}{=} x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x} + \circ(x^{-1})$, on déduit :

1. La tangente en $+\infty$ à C_f a pour équation $y = x + \frac{1}{2}$.
2. La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x}$ est asymptote à C_f.
3. La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f.
4. La droite d'équation $y = x$ est asymptote à C_f.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto x \times \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ et C_f sa courbe représentative. De $f(x) \underset{+\infty}{=} x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x} + \circ(x^{-1})$, on déduit :

1. La tangente en $+\infty$ à C_f a pour équation $y = x + \frac{1}{2}$. **Faux**
2. La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x}$ est asymptote à C_f.
3. La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f.
4. La droite d'équation $y = x$ est asymptote à C_f.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto x \times \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ et C_f sa courbe représentative. De $f(x) \underset{+\infty}{=} x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x} + \circ(x^{-1})$, on déduit :

1. La tangente en $+\infty$ à C_f a pour équation $y = x + \frac{1}{2}$. **Faux**
2. La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x}$ est asymptote à C_f. **Faux**
3. La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f.
4. La droite d'équation $y = x$ est asymptote à C_f.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto x \times \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ et C_f sa courbe représentative. De $f(x) \underset{+\infty}{=} x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x} + \circ(x^{-1})$, on déduit :

1. La tangente en $+\infty$ à C_f a pour équation $y = x + \frac{1}{2}$. **Faux**
2. La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x}$ est asymptote à C_f. **Faux**
3. La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f. **Vrai**
4. La droite d'équation $y = x$ est asymptote à C_f.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto x \times \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ et C_f sa courbe représentative. De $f(x) \underset{+\infty}{=} x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x} + \circ(x^{-1})$, on déduit :

1. La tangente en $+\infty$ à C_f a pour équation $y = x + \frac{1}{2}$. **Faux**
2. La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x}$ est asymptote à C_f. **Faux**
3. La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f. **Vrai**
4. La droite d'équation $y = x$ est asymptote à C_f. **Faux**

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto x \times \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ et C_f sa courbe représentative. De $f(x) \underset{+\infty}{=} x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x} + \circ(x^{-1})$, on déduit :

1. La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f est au-dessus de son asymptote.
2. La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f est en-dessous de son asymptote.
3. La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f traverse son asymptote.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto x \times \sqrt{1 + \dfrac{1}{x}}$ et C_f sa courbe représentative. De $f(x) \underset{+\infty}{=} x + \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{8x} + \circ(x^{-1})$, on déduit :

1. La droite d'équation $y = x + \dfrac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f est au-dessus de son asymptote. **Faux**
2. La droite d'équation $y = x + \dfrac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f est en-dessous de son asymptote.
3. La droite d'équation $y = x + \dfrac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f traverse son asymptote.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto x \times \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ et C_f sa courbe représentative. De $f(x) \underset{+\infty}{=} x + \frac{1}{2} - \frac{1}{8x} + \circ(x^{-1})$, on déduit :

1. La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f est au-dessus de son asymptote. **Faux**
2. La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f est en-dessous de son asymptote. **Vrai**
3. La droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f traverse son asymptote.

Développements limités :

Soient $f : x \mapsto x \times \sqrt{1 + \dfrac{1}{x}}$ et C_f sa courbe représentative. De $f(x) \underset{+\infty}{=} x + \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{8x} + \circ(x^{-1})$, on déduit :

1. La droite d'équation $y = x + \dfrac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f est au-dessus de son asymptote. **Faux**
2. La droite d'équation $y = x + \dfrac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f est en-dessous de son asymptote. **Vrai**
3. La droite d'équation $y = x + \dfrac{1}{2}$ est asymptote à C_f et C_f traverse son asymptote. **Faux**

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$ si C_f est sa courbe représentative, si $\underset{x \to +\infty}{lim}(f(x))$ est infinie et si $\underset{x \to +\infty}{lim}\left(\frac{f(x)}{x}\right) = 0$, que peut-on alors dire sur f ?

1. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.
3. C_f admet en l'infini une asymptote oblique.
4. f est ln.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$ si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \to +\infty} (f(x))$ est infinie et si $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right) = 0$, que peut-on alors dire sur f ?

1. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées. **Faux**
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.
3. C_f admet en l'infini une asymptote oblique.
4. f est ln.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$ si C_f est sa courbe représentative, si $\underset{x \to +\infty}{lim}(f(x))$ est infinie et si $\underset{x \to +\infty}{lim}\left(\frac{f(x)}{x}\right) = 0$, que peut-on alors dire sur f ?

1. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées. **Faux**
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Vrai**
3. C_f admet en l'infini une asymptote oblique. **Faux**
4. f est ln. **Faux**

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x))$ est infinie et si $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{f(x)}{x} \right)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

1. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.
3. C_f admet en l'infini une asymptote oblique.
4. f est exp.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x))$ est infinie et si $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{f(x)}{x}\right)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

1. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
3. C_f admet en l'infini une asymptote oblique.
4. f est exp.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\underset{x \to +\infty}{lim}(f(x))$ est infinie et si $\underset{x \to +\infty}{lim}\left(\frac{f(x)}{x}\right)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

1. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
3. C_f admet en l'infini une asymptote oblique. **Faux**
4. f est exp.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\underset{x \to +\infty}{lim}(f(x))$ est infinie et si $\underset{x \to +\infty}{lim}\left(\frac{f(x)}{x}\right)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

1. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
3. C_f admet en l'infini une asymptote oblique. **Faux**
4. f est exp. **Faux**

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \to +\infty} (f(x))$ est infinie et si $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{f(x)}{x}\right)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

1. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées. **Vrai**
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
3. C_f admet en l'infini une asymptote oblique. **Faux**
4. f est exp. **Faux**

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x))$ existe et est finie, que peut-on alors dire sur f ?

1. C_f admet en l'infini une asymptote verticale.
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.
3. C_f admet en l'infini une asymptote horizontale.
4. f est une fonction affine.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\underset{x\to+\infty}{lim}(f(x))$ existe et est finie, que peut-on alors dire sur f ?

1. C_f admet en l'infini une asymptote verticale. **Faux**
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.
3. C_f admet en l'infini une asymptote horizontale.
4. f est une fonction affine.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\underset{x \to +\infty}{lim}(f(x))$ existe et est finie, que peut-on alors dire sur f ?

1. C_f admet en l'infini une asymptote verticale. **Faux**
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
3. C_f admet en l'infini une asymptote horizontale.
4. f est une fonction affine.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\underset{x \to +\infty}{lim}(f(x))$ existe et est finie, que peut-on alors dire sur f ?

1. C_f admet en l'infini une asymptote verticale. **Faux**
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
3. C_f admet en l'infini une asymptote horizontale. **Vrai**
4. f est une fonction affine. **Faux**

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x))$ est infinie, si $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{f(x)}{x}\right)$ vaut 3 et si $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - 3x)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

1. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction la droite d'équation $y = 3x$.
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.
3. C_f admet en l'infini une asymptote verticale.
4. C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = 3x$.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x))$ est infinie, si $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)$ vaut 3 et si $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - 3x)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

1. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction la droite d'équation $y = 3x$.
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
3. C_f admet en l'infini une asymptote verticale.
4. C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = 3x$.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim_{x \to +\infty} (f(x))$ est infinie, si $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)$ vaut 3 et si $\lim_{x \to +\infty} (f(x) - 3x)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

1. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction la droite d'équation $y = 3x$.
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
3. C_f admet en l'infini une asymptote verticale. **Faux**
4. C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = 3x$.

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x))$ est infinie, si $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{f(x)}{x}\right)$ vaut 3 et si $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - 3x)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

1. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction la droite d'équation $y = 3x$.
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
3. C_f admet en l'infini une asymptote verticale. **Faux**
4. C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = 3x$. **Faux**

comportement asymptotique :

Si f est une fonction numérique à variable réelle définie sur $\mathbb{R}$, si C_f est sa courbe représentative, si $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x))$ est infinie, si $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right)$ vaut 3 et si $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-3x)$ est infini, que peut-on alors dire sur f ?

1. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction la droite d'équation $y=3x$. **Vrai**
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
3. C_f admet en l'infini une asymptote verticale. **Faux**
4. C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y=3x$. **Faux**

comportement asymptotique :

Soient $f : x \mapsto \dfrac{x^2+5}{2x-6}$ et C_f sa courbe représentative.

1. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
3. C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{2}$.
4. C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2}$.

comportement asymptotique :

Soient $f : x \mapsto \dfrac{x^2+5}{2x-6}$ et C_f sa courbe représentative.

1. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
3. C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{2}$.
4. C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2}$.

comportement asymptotique :

Soient $f : x \mapsto \dfrac{x^2+5}{2x-6}$ et C_f sa courbe représentative.

1. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées. **Faux**
3. C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{2}$.
4. C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2}$.

comportement asymptotique :

Soient $f : x \mapsto \dfrac{x^2+5}{2x-6}$ et C_f sa courbe représentative.

1. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées. **Faux**
3. C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{2}$. **Vrai**
4. C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2}$.

comportement asymptotique :

Soient $f : x \mapsto \dfrac{x^2+5}{2x-6}$ et C_f sa courbe représentative.

1. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. **Faux**
2. C_f admet en l'infini une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées. **Faux**
3. C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{2}$. **Vrai**
4. C_f admet en l'infini une asymptote oblique d'équation $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2}$. **Faux**

Développements limités et équivalences :

Soit $f : x \mapsto \ln(\cos(x^3))$.

1. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \dfrac{x^3}{6}$.
2. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} -\dfrac{x^6}{2}$.
3. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \ln\left(1+\dfrac{x^3}{6}\right)$.
4. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \cos(x^3)+1$.

Développements limités et équivalences :

Soit $f : x \mapsto \ln(\cos(x^3))$.

1. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \dfrac{x^3}{6}$.
2. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} -\dfrac{x^6}{2}$.
3. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \ln\left(1 + \dfrac{x^3}{6}\right)$.
4. On a $f(x) \underset{x \to 0}{\sim} \cos(x^3) + 1$. **Faux**

Développements limités et équivalences :

Soit $f : x \mapsto \ln(\cos(x^3))$.

1. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \dfrac{x^3}{6}$.
2. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} -\dfrac{x^6}{2}$.
3. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \ln\left(1+\dfrac{x^3}{6}\right)$. **Faux**
4. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \cos(x^3)+1$. **Faux**

Développements limités et équivalences :

Soit $f : x \mapsto \ln(\cos(x^3))$.

1. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \dfrac{x^3}{6}$. **Faux**
2. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} -\dfrac{x^6}{2}$.
3. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \ln\left(1+\dfrac{x^3}{6}\right)$. **Faux**
4. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \cos(x^3)+1$. **Faux**

Développements limités et équivalences :

Soit $f : x \mapsto \ln(\cos(x^3))$.

1. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \dfrac{x^3}{6}$. **Faux**
2. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} -\dfrac{x^6}{2}$. **Vrai**
3. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \ln\left(1+\dfrac{x^3}{6}\right)$. **Faux**
4. On a $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \cos(x^3)+1$. **Faux**

Développements limités et équivalences :

Une fonction équivalent à $x \mapsto \ln(2\sin(x))$ en $\frac{\pi}{6}$ est :

1. $x \mapsto \ln(2x)$.
2. $x \mapsto 2\sin(x)$.
3. $x \mapsto \sqrt{3}\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$.
4. $x \mapsto \dfrac{x - \frac{\pi}{6}}{2}$.

Développements limités et équivalences :

Une fonction équivalent à $x \mapsto \ln(2\sin(x))$ en $\dfrac{\pi}{6}$ est :

1. $x \mapsto \ln(2x)$. **Faux**
2. $x \mapsto 2\sin(x)$.
3. $x \mapsto \sqrt{3}\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right)$.
4. $x \mapsto \dfrac{x - \dfrac{\pi}{6}}{2}$.

Développements limités et équivalences :

Une fonction équivalent à $x \mapsto \ln(2\sin(x))$ en $\dfrac{\pi}{6}$ est :

1. $x \mapsto \ln(2x)$. **Faux**
2. $x \mapsto 2\sin(x)$. **Faux**
3. $x \mapsto \sqrt{3}\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right)$.
4. $x \mapsto \dfrac{x - \dfrac{\pi}{6}}{2}$.

Développements limités et équivalences :

Une fonction équivalent à $x \mapsto \ln(2\sin(x))$ en $\dfrac{\pi}{6}$ est :

1. $x \mapsto \ln(2x)$. **Faux**
2. $x \mapsto 2\sin(x)$. **Faux**
3. $x \mapsto \sqrt{3}\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right)$.
4. $x \mapsto \dfrac{x - \dfrac{\pi}{6}}{2}$. **Faux**

Développements limités et équivalences :

Une fonction équivalent à $x \mapsto \ln(2\sin(x))$ en $\dfrac{\pi}{6}$ est :

1. $x \mapsto \ln(2x)$. **Faux**
2. $x \mapsto 2\sin(x)$. **Faux**
3. $x \mapsto \sqrt{3}\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right)$. **Vrai**
4. $x \mapsto \dfrac{x - \dfrac{\pi}{6}}{2}$. **Faux**

On pensera au changement de variable $u = x - \pi/6$ qui donnera :

$$f(x) = \ln\left(\sqrt{3}\sin(u) + \cos(u)\right)$$

On conclut en menant le DL à l'ordre 2 au voisinage de 0.

Table des matières

1. Suites numériques
   - Vocabulaire, suites usuelles et principaux théorèmes
   - Suites définies par une fonction
2. Fonctions d'une variable réelle
   - Limites, continuité et dérivabilité
   - Développements limités et équivalents
3. Intégration
   - Intégrales définies
   - Fonctions définies par une intégrale
   - Intégrales généralisées
4. équations différentielles
   - équations différentielles
   - systèmes différentiels
5. séries numériques

Sommes de Riemann

- Rappeler la formule de la valeur moyenne d'une fonction grâce aux sommes de Riemann :

- *Remarque :* On peut aussi dire (formule « de la moyenne ») :

$$\exists c \in]a, b[/ \frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt = f(c)$$

Sommes de Riemann

- Rappeler la formule de la valeur moyenne d'une fonction grâce aux sommes de Riemann :

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(a+k\frac{b-a}{n})$$

en particulier

$$\int_0^1 f(t)dt = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(\frac{k}{n})$$

- *Remarque :* On peut aussi dire (formule « de la moyenne ») :

$$\exists c \in]a,b[/ \frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt = f(c)$$

Sommes de Riemann

- Rappeler la formule de la valeur moyenne d'une fonction grâce aux sommes de Riemann :

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(a+k\frac{b-a}{n})$$

en particulier

$$\int_0^1 f(t)dt = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(\frac{k}{n})$$

- *Remarque :* On peut aussi dire (formule « de la moyenne ») :

$$\exists c \in]a,b[/ \frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt = f(c)$$

Application des sommes de Riemann :

Calculer, si elle existe, la limite de la suite $(S_n)_{n\geq 1}$ définie par :

$$S_n = \frac{1}{n\alpha} + \frac{1}{n\alpha + \beta} + \ldots + \frac{1}{n\alpha + (n-1)\beta}$$

Réponse :

Application des sommes de Riemann :

Calculer, si elle existe, la limite de la suite $(S_n)_{n\geq 1}$ définie par :

$$S_n = \frac{1}{n\alpha} + \frac{1}{n\alpha+\beta} + \ldots + \frac{1}{n\alpha+(n-1)\beta}$$

Réponse : $S_n = \frac{1}{n}\left[\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha+\frac{\beta}{n}} + \ldots + \frac{1}{\alpha+\frac{(n-1)\beta}{n}}\right]$;

Application des sommes de Riemann :

Calculer, si elle existe, la limite de la suite $(S_n)_{n\geq 1}$ définie par :

$$S_n = \frac{1}{n\alpha} + \frac{1}{n\alpha + \beta} + \dots + \frac{1}{n\alpha + (n-1)\beta}$$

Réponse : $S_n = \dfrac{1}{n}\left[\dfrac{1}{\alpha} + \dfrac{1}{\alpha + \frac{\beta}{n}} + \dots + \dfrac{1}{\alpha + \frac{(n-1)\beta}{n}}\right]$;

On pose : $f(x) = \dfrac{1}{\alpha + \beta x}$

Alors :

Application des sommes de Riemann :

Calculer, si elle existe, la limite de la suite $(S_n)_{n\geq 1}$ définie par :

$$S_n = \frac{1}{n\alpha} + \frac{1}{n\alpha+\beta} + \dots + \frac{1}{n\alpha+(n-1)\beta}$$

Réponse : $S_n = \dfrac{1}{n}\left[\dfrac{1}{\alpha} + \dfrac{1}{\alpha+\frac{\beta}{n}} + \dots + \dfrac{1}{\alpha+\frac{(n-1)\beta}{n}}\right]$;

On pose : $f(x) = \dfrac{1}{\alpha+\beta x}$

Alors :

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \int_0^1 f(x)dx = \frac{1}{\beta}\left[ln(\alpha+\beta x)\right]_0^1 = \frac{1}{\beta} ln\left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha}\right)$$

intégrer

- Déterminer une primitive de $f : x \longmapsto xe^{\frac{x^2}{2}}$:
- $I_1 = \displaystyle\int_2^x \frac{dt}{t^2 - 1}$:
- $I_2 = \displaystyle\int_2^x \frac{dt}{t^2 - 2t + 1}$

intégrer

- Déterminer une primitive de $f : x \longmapsto xe^{\frac{x^2}{2}}$:

$$F : x \longmapsto e^{\frac{x^2}{2}}$$

- $I_1 = \displaystyle\int_2^x \frac{dt}{t^2 - 1}$:
- $I_2 = \displaystyle\int_2^x \frac{dt}{t^2 - 2t + 1}$

intégrer

- Déterminer une primitive de $f : x \longmapsto xe^{\frac{x^2}{2}}$:
- Calculer, pour $x > 1$, $I_1 = \displaystyle\int_2^x \frac{dt}{t^2 - 1}$:
- $I_2 = \displaystyle\int_2^x \frac{dt}{t^2 - 2t + 1}$

intégrer

- Déterminer une primitive de $f : x \longmapsto xe^{\frac{x^2}{2}}$:
- Calculer, pour $x > 1$, $I_1 = \displaystyle\int_2^x \frac{dt}{t^2-1}$:

$$I_1 = \int_2^x \frac{dt}{(t-1)(t+1)} = \frac{1}{2}\int_2^x \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1}\right)$$

$$= \frac{1}{2}[ln(t-1) - ln(t+1)]_2^x = \frac{1}{2}\left[ln\left(\frac{t-1}{t+1}\right)\right]_2^x$$

$$= \frac{1}{2}\left[ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + ln3\right]$$

- $I_2 = \displaystyle\int_2^x \frac{dt}{t^2-2t+1}$

intégrer

- Déterminer une primitive de $f : x \longmapsto xe^{\frac{x^2}{2}}$:
- $I_1 = \displaystyle\int_2^x \frac{dt}{t^2-1} = \frac{1}{2}\left[ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + ln3\right]$:
- $I_2 = \displaystyle\int_2^x \frac{dt}{t^2-2t+1}$

intégrer

- Déterminer une primitive de $f : x \longmapsto xe^{\frac{x^2}{2}}$:
- $I_1 = \int_2^x \frac{dt}{t^2-1} = \frac{1}{2}\left[ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + ln3\right]$:
- $I_2 = \int_2^x \frac{dt}{t^2-2t+1}$

$$I_2 = \int_2^x \frac{dt}{(t-1)^2} = \left[-\frac{1}{t-1}\right]_2^x = 1 - \frac{1}{x-1}$$

intégrer

- $I_3 = \int_{-\frac{1}{2}}^{1} \frac{dt}{t^2 + t + 1}$
- $I_4 = \int_{-\frac{1}{2}}^{1} \frac{t\,dt}{t^2 + t + 1}$

intégrer

- $I_3 = \int_{-\frac{1}{2}}^{1} \frac{dt}{t^2+t+1}$

$$I_3 = \int_{-\frac{1}{2}}^{1} \frac{dt}{(t+1/2)^2+3/4} = \frac{4}{3}\int_{-\frac{1}{2}}^{1} \frac{dt}{\frac{4}{3}(t+1/2)^2+1}$$
$$= \frac{4}{3}\int_{-\frac{1}{2}}^{1} \frac{dt}{[\frac{2}{\sqrt{3}}(t+1/2)]^2+1} = \frac{4}{3}\frac{\sqrt{3}}{2}\int_{0}^{\sqrt{3}} \frac{du}{u^2+1}$$
$$= \frac{2\sqrt{3}}{3}[Arctan(u)]_0^{\sqrt{3}} = \frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$$

- $I_4 = \int_{-\frac{1}{2}}^{1} \frac{tdt}{t^2+t+1}$

intégrer

- $I_3 = \int_{-\frac{1}{2}}^{1} \frac{dt}{t^2+t+1} = \frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$
- $I_4 = \int_{-\frac{1}{2}}^{1} \frac{tdt}{t^2+t+1}$

intégrer

- $I_3 = \int_{-\frac{1}{2}}^{1} \frac{dt}{t^2+t+1} = \frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$
- $I_4 = \int_{-\frac{1}{2}}^{1} \frac{tdt}{t^2+t+1}$

$$I_4 = \frac{1}{2}\int_{-\frac{1}{2}}^{1} \frac{2t+1-1}{t^2+t+1}dt = \frac{1}{2}\left[\int_{-\frac{1}{2}}^{1} \frac{2t+1}{t^2+t+1} - \int_{-\frac{1}{2}}^{1} \frac{dt}{t^2+t+1}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\left[ln(t^2+t+1)\right]_{-\frac{1}{2}}^{1} - I_3\right]$$

intégration

- Calculer $I_1 = \int_0^1 \sqrt{1-t}dt$
- Calculer $I_2 = \int_0^1 \sqrt{1-t^2}dt$
- Primitives de $f : x \longmapsto sin(ax)cos(bx)$

intégration

- Calculer $I_1 = \int_0^1 \sqrt{1-t}dt$; On pose $u = 1 - t = g(t)$, $g \in \mathcal{C}^1([0,1])$;
$$I_1 = -\int_1^0 \sqrt{u}du = \int_0^1 \sqrt{u}du = \left[\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\right]_0^1 = \frac{2}{3}$$
- Calculer $I_2 = \int_0^1 \sqrt{1-t^2}dt$
- Primitives de $f : x \longmapsto sin(ax)cos(bx)$

intégration

- Calculer $I_1 = \int_0^1 \sqrt{1-t}dt$
- Calculer $I_2 = \int_0^1 \sqrt{1-t^2}dt$
- Primitives de $f : x \longmapsto sin(ax)cos(bx)$

intégration

- Calculer $I_1 = \int_0^1 \sqrt{1-t}dt$
- Calculer $I_2 = \int_0^1 \sqrt{1-t^2}dt$; On pose $u = Arcsin(t)$, $Arcsin \in \mathcal{C}^1([0,1])$;

$$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} cos^2(u)du = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+cos(2u)}{2}du = \frac{1}{2}\left[u + \frac{sin(2u)}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$$

- Primitives de $f : x \longmapsto sin(ax)cos(bx)$

intégration

- Calculer $I_1 = \int_0^1 \sqrt{1-t}dt$
- Calculer $I_2 = \int_0^1 \sqrt{1-t^2}dt$
- Primitives de $f : x \longmapsto sin(ax)cos(bx)$

intégration

- Calculer $I_1 = \int_0^1 \sqrt{1-t}\,dt$
- Calculer $I_2 = \int_0^1 \sqrt{1-t^2}\,dt$
- Primitives de $f : x \longmapsto sin(ax)cos(bx)$

  $f(x) = \frac{1}{2}(sin(a+b)x + sin(a-b)x)$;

  Une primitive est donc

  $F : x \longmapsto \frac{1}{2}\left(-\frac{cos(a+b)x}{a+b} - \frac{cos(a-b)x}{a-b}\right)$

intégration

Soit a un réel, $0 < a < 1$ et $n \in \mathbb{N}^*$.

- Montrer que $J_1 = \displaystyle\int_0^a \frac{dx}{(1+x^3)^n} dx \leq a$
- Montrer que $J_2 = \displaystyle\int_a^1 \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1-a}{(1+a^3)^n}$
- Montrer que $J_3 = \displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^3)^n} dx \leq \frac{1}{3n-1}$

intégration

Soit a un réel, $0 < a < 1$ et $n \in \mathbb{N}^*$.

- Montrer que $J_1 = \int_0^a \frac{dx}{(1+x^3)^n} dx \leq a$

  $\forall x \in [0, a], \frac{1}{1+x^3} \leq 1$ donc $J_1 \leq a$

- Montrer que $J_2 = \int_a^1 \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1-a}{(1+a^3)^n}$
- Montrer que $J_3 = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^3)^n} dx \leq \frac{1}{3n-1}$

intégration

Soit a un réel, $0 < a < 1$ et $n \in \mathbb{N}^*$.

- Montrer que $J_1 = \displaystyle\int_0^a \frac{dx}{(1+x^3)^n} dx \leq a$
- Montrer que $J_2 = \displaystyle\int_a^1 \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1-a}{(1+a^3)^n}$
- Montrer que $J_3 = \displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^3)^n} dx \leq \frac{1}{3n-1}$

intégration

Soit a un réel, $0 < a < 1$ et $n \in \mathbb{N}^*$.

- Montrer que $J_1 = \displaystyle\int_0^a \frac{dx}{(1+x^3)^n} dx \leq a$
- Montrer que $J_2 = \displaystyle\int_a^1 \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1-a}{(1+a^3)^n}$

  $\forall x \in [a, 1], \dfrac{1}{(1+x^3)^n} \leq \dfrac{1}{(1+a^3)^n}$ donc

  $J_2 \leq \dfrac{1}{(1+a^3)^n} \displaystyle\int_a^1 dx$. Soit $J_2 \leq \dfrac{1-a}{(1+a^3)^n}$
- Montrer que $J_3 = \displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^3)^n} dx \leq \frac{1}{3n-1}$

intégration

Soit a un réel, $0 < a < 1$ et $n \in \mathbb{N}^*$.

- Montrer que $J_1 = \displaystyle\int_0^a \frac{dx}{(1+x^3)^n} dx \leq a$
- Montrer que $J_2 = \displaystyle\int_a^1 \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1-a}{(1+a^3)^n}$
- Montrer que $J_3 = \displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^3)^n} dx \leq \frac{1}{3n-1}$

intégration

Soit a un réel, $0 < a < 1$ et $n \in \mathbb{N}^*$.

- Montrer que $J_1 = \displaystyle\int_0^a \frac{dx}{(1+x^3)^n} dx \leq a$
- Montrer que $J_2 = \displaystyle\int_a^1 \frac{dx}{(1+x^3)^n} \leq \frac{1-a}{(1+a^3)^n}$
- Montrer que $J_3 = \displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^3)^n} dx \leq \frac{1}{3n-1}$

$\forall x \geq 1, x^3 \leq 1 + x^3 \Rightarrow \dfrac{1}{(1+x^3)^n} \leq \dfrac{1}{x^{3n}}$. Donc :

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^3)^n} dx \leq \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^{3n}} = \left[\frac{x^{1-3n}}{1-3n} \right]_1^{+\infty}$$

Fonctions définies par une intégrale

On suppose f continue sur $\mathbb{R}$. Donner la dérivée sur un intervalle qu'on précisera des fonctions suivantes :

- $G_1(x) = \displaystyle\int_1^x f(t)dt$
- $G_2(x) = \displaystyle\int_1^x \frac{f(t)}{t}dt$
- $G_3(x) = \displaystyle\int_1^{3x} f(t)dt$
- $G_4(x) = \displaystyle\int_1^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$
- $G_5(x) = \displaystyle\int_x^{3x} f(t)dt$
- $G_6(x) = \displaystyle\int_x^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$

Fonctions définies par une intégrale

On suppose f continue sur $\mathbb{R}$. Donner la dérivée sur un intervalle qu'on précisera des fonctions suivantes :

- $G_1(x) = \int_1^x f(t)dt$; $G_1'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$
- $G_2(x) = \int_1^x \frac{f(t)}{t}dt$
- $G_3(x) = \int_1^{3x} f(t)dt$
- $G_4(x) = \int_1^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$
- $G_5(x) = \int_x^{3x} f(t)dt$
- $G_6(x) = \int_x^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$

Fonctions définies par une intégrale

On suppose f continue sur $\mathbb{R}$. Donner la dérivée sur un intervalle qu'on précisera des fonctions suivantes :

- $G_1(x) = \int_1^x f(t)dt$; $G_1'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$
- $G_2(x) = \int_1^x \frac{f(t)}{t}dt$; $G_2'(x) = \frac{f(x)}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$
- $G_3(x) = \int_1^{3x} f(t)dt$
- $G_4(x) = \int_1^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$
- $G_5(x) = \int_x^{3x} f(t)dt$
- $G_6(x) = \int_x^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$

Fonctions définies par une intégrale

On suppose f continue sur $\mathbb{R}$. Donner la dérivée sur un intervalle qu'on précisera des fonctions suivantes :

- $G_1(x) = \displaystyle\int_1^x f(t)dt$; $G_1'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$
- $G_2(x) = \displaystyle\int_1^x \frac{f(t)}{t}dt$; $G_2'(x) = \dfrac{f(x)}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$
- $G_3(x) = \displaystyle\int_1^{3x} f(t)dt$; $G_3'(x) = 3f(3x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$
- $G_4(x) = \displaystyle\int_1^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$
- $G_5(x) = \displaystyle\int_x^{3x} f(t)dt$
- $G_6(x) = \displaystyle\int_x^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$

Fonctions définies par une intégrale

On suppose f continue sur $\mathbb{R}$. Donner la dérivée sur un intervalle qu'on précisera des fonctions suivantes :

- $G_1(x) = \displaystyle\int_1^x f(t)dt$; $G_1'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$
- $G_2(x) = \displaystyle\int_1^x \frac{f(t)}{t}dt$; $G_2'(x) = \dfrac{f(x)}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$
- $G_3(x) = \displaystyle\int_1^{3x} f(t)dt$; $G_3'(x) = 3f(3x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$
- $G_4(x) = \displaystyle\int_1^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$; $G_4'(x) = 3\dfrac{f(3x)}{3x} = \dfrac{f(3x)}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$
- $G_5(x) = \displaystyle\int_x^{3x} f(t)dt$
- $G_6(x) = \displaystyle\int_x^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$

Fonctions définies par une intégrale

On suppose f continue sur $\mathbb{R}$. Donner la dérivée sur un intervalle qu'on précisera des fonctions suivantes :

- $G_1(x) = \displaystyle\int_1^x f(t)dt$; $G_1'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$
- $G_2(x) = \displaystyle\int_1^x \frac{f(t)}{t}dt$; $G_2'(x) = \dfrac{f(x)}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$
- $G_3(x) = \displaystyle\int_1^{3x} f(t)dt$; $G_3'(x) = 3f(3x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$
- $G_4(x) = \displaystyle\int_1^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$; $G_4'(x) = 3\dfrac{f(3x)}{3x} = \dfrac{f(3x)}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$
- $G_5(x) = \displaystyle\int_x^{3x} f(t)dt$; $G_5'(x) = 3f(3x) - f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$
- $G_6(x) = \displaystyle\int_x^{3x} \frac{f(t)}{t}dt$

Fonctions définies par une intégrale

On suppose f continue sur $\mathbb{R}$. Donner la dérivée sur un intervalle qu'on précisera des fonctions suivantes :

- $G_1(x) = \displaystyle\int_1^x f(t)dt\,;\; G_1'(x) = f(x),\ \forall x \in \mathbb{R}$
- $G_2(x) = \displaystyle\int_1^x \frac{f(t)}{t}dt\,;\; G_2'(x) = \frac{f(x)}{x},\ \forall x \in \mathbb{R}^*$
- $G_3(x) = \displaystyle\int_1^{3x} f(t)dt\,;\; G_3'(x) = 3f(3x),\ \forall x \in \mathbb{R}$
- $G_4(x) = \displaystyle\int_1^{3x} \frac{f(t)}{t}dt\,;\; G_4'(x) = 3\frac{f(3x)}{3x} = \frac{f(3x)}{x},\ \forall x \in \mathbb{R}^*$
- $G_5(x) = \displaystyle\int_x^{3x} f(t)dt\,;\; G_5'(x) = 3f(3x) - f(x),\ \forall x \in \mathbb{R}$
- $G_6(x) = \displaystyle\int_x^{3x} \frac{f(t)}{t}dt\,;\; G_6'(x) = \frac{f(3x) - f(x)}{x},\ \forall x \in \mathbb{R}^*$

Intégrales généralisées

Nature et valeurs des intégrales suivantes :

- $I_1 = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-2)^2}{2}} dx$
- $I_2 = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x-2)^2} dx$
- $I_3 = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} xe^{-(x-2)^2} dx$
- $I_4 = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-3(x-2)^2} dx$

Intégrales généralisées

Nature et valeurs des intégrales suivantes :

- $I_1 = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-2)^2}{2}} dx$; $I_1 = \sqrt{2\pi} \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,1}(x) dx = \sqrt{2\pi}$
- $I_2 = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x-2)^2} dx$
- $I_3 = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-(x-2)^2} dx$
- $I_4 = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-3(x-2)^2} dx$

Intégrales généralisées

Nature et valeurs des intégrales suivantes :

- $I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-2)^2}{2}} dx$; $I_1 = \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,1}(x) dx = \sqrt{2\pi}$
- $I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x-2)^2} dx$; $I_2 = \sqrt{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,\frac{1}{\sqrt{2}}}(x) dx = \sqrt{\pi}$
- $I_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-(x-2)^2} dx$
- $I_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-3(x-2)^2} dx$

Intégrales généralisées

Nature et valeurs des intégrales suivantes :

- $I_1 = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-2)^2}{2}} dx$; $I_1 = \sqrt{2\pi} \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,1}(x) dx = \sqrt{2\pi}$
- $I_2 = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x-2)^2} dx$; $I_2 = \sqrt{\pi} \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,\frac{1}{\sqrt{2}}}(x) dx = \sqrt{\pi}$
- $I_3 = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-(x-2)^2} dx$; $I_3 = \sqrt{\pi} \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x\varphi_{2,\frac{1}{\sqrt{2}}}(x) dx$

  $I_3 = \sqrt{\pi} \cdot \mathbb{E}(X)$ où $X \hookrightarrow \mathcal{N}(2, 1/2)$
- $I_4 = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-3(x-2)^2} dx$

Intégrales généralisées

Nature et valeurs des intégrales suivantes :

- $I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-2)^2}{2}} dx$; $I_1 = \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,1}(x) dx = \sqrt{2\pi}$
- $I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x-2)^2} dx$; $I_2 = \sqrt{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,\frac{1}{\sqrt{2}}}(x) dx = \sqrt{\pi}$
- $I_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-(x-2)^2} dx$; $I_3 = 2\sqrt{\pi}$
- $I_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-3(x-2)^2} dx$

Intégrales généralisées

Nature et valeurs des intégrales suivantes :

- $I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-2)^2}{2}} dx$; $I_1 = \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,1}(x)dx = \sqrt{2\pi}$
- $I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x-2)^2} dx$; $I_2 = \sqrt{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,\frac{1}{\sqrt{2}}}(x)dx = \sqrt{\pi}$
- $I_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} xe^{-(x-2)^2} dx$; $I_3 = 2\sqrt{\pi}$
- $I_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-3(x-2)^2} dx$; $I_4 = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \varphi_{2,\frac{1}{\sqrt{6}}}(x)dx$

  $I_4 = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \cdot \mathbb{E}(Y^2)$ où $Y \hookrightarrow \mathcal{N}(2, \frac{1}{6})$

Intégrales généralisées

Nature et valeurs des intégrales suivantes :

- $I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-2)^2}{2}} dx$; $I_1 = \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,1}(x) dx = \sqrt{2\pi}$
- $I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x-2)^2} dx$; $I_2 = \sqrt{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2,\frac{1}{\sqrt{2}}}(x) dx = \sqrt{\pi}$
- $I_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-(x-2)^2} dx$; $I_3 = 2\sqrt{\pi}$
- $I_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-3(x-2)^2} dx$; $I_4 = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \varphi_{2,\frac{1}{\sqrt{6}}}(x) dx$

  $I_4 = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \cdot \mathbb{E}(Y^2)$ où $Y \hookrightarrow \mathcal{N}(2, \frac{1}{6})$;

  $I_4 = \sqrt{\frac{\pi}{3}} (V(Y) + \mathbb{E}^2(Y)) = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{6} + 4 \right) = \frac{25\sqrt{\pi}}{6\sqrt{3}}$

Table des matières

1. Suites numériques
   - Vocabulaire, suites usuelles et principaux théorèmes
   - Suites définies par une fonction
2. Fonctions d'une variable réelle
   - Limites, continuité et dérivabilité
   - Développements limités et équivalents
3. Intégration
   - Intégrales définies
   - Fonctions définies par une intégrale
   - Intégrales généralisées
4. équations différentielles
   - équations différentielles
   - systèmes différentiels
5. séries numériques

équations différentielles du 1er ordre

1. Résoudre, pour $\lambda \in \mathbb{R}$, $y' - \lambda y = 0$
2. Résoudre $y' + xy = x$

équations différentielles du 1er ordre

1. Résoudre, pour $\lambda \in \mathbb{R}$, $y' - \lambda y = 0$

$$y = Ke^{\lambda x}, K \in \mathbb{R}$$

2. Résoudre $y' + xy = x$

équations différentielles du 1er ordre

1. Résoudre, pour $\lambda \in \mathbb{R}$, $y' - \lambda y = 0$; $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto e^{\lambda x}\}$
2. Résoudre $y' + xy = x$

équations différentielles du 1er ordre

1. Résoudre, pour $\lambda \in \mathbb{R}$, $y' - \lambda y = 0$; $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto e^{\lambda x}\}$
2. Résoudre $y' + xy = x$

équations différentielles du 1er ordre

1. Résoudre, pour $\lambda \in \mathbb{R}$, $y' - \lambda y = 0$; $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto e^{\lambda x}\}$
2. Résoudre $y' + xy = x$
   Soit (H_0) l'équation homogène : $y' + xy = 0$;
   On pose $a(x) = x \Rightarrow A(x) = \dfrac{x^2}{2}$ et $y_0(x) = \lambda e^{-x^2/2}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

équations différentielles du 1er ordre

1. Résoudre, pour $\lambda \in \mathbb{R}$, $y' - \lambda y = 0$; $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto e^{\lambda x}\}$
2. Résoudre $y' + xy = x$
   Soit (H_0) l'équation homogène : $y' + xy = 0$;
   On pose $a(x) = x \Rightarrow A(x) = \dfrac{x^2}{2}$ et $y_0(x) = \lambda e^{-x^2/2}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.
   Recherche d'une solution particulière :

équations différentielles du 1er ordre

1. Résoudre, pour $\lambda \in \mathbb{R}$, $y' - \lambda y = 0$; $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto e^{\lambda x}\}$
2. Résoudre $y' + xy = x$
   Soit (H_0) l'équation homogène : $y' + xy = 0$;
   On pose $a(x) = x \Rightarrow A(x) = \dfrac{x^2}{2}$ et $y_0(x) = \lambda e^{-x^2/2}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.
   Recherche d'une solution particulière :$y_1(x) = 1$ est solution évidente.
   Conclusion : $\boxed{S = \{x \longmapsto 1 + \lambda e^{-x^2/2}, \lambda \in \mathbb{R}\}}$

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement positifs

1. Résoudre $y'' - y = 6e^{2x}$

2. Résoudre $y'' - y = 6e^{x}$

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement positifs

1. Résoudre $y'' - y = 6e^{2x}$
   Eq caractéristique : (E) $r^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (r-1)(r+1) = 0$.
   Donc : $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto Ae^x + Be^{-x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$
   Solution particulière
2. Résoudre $y'' - y = 6e^x$

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement positifs

1. Résoudre $y'' - y = 6e^{2x}$
   Eq caractéristique : (E) $r^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (r-1)(r+1) = 0.$
   Donc : $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto Ae^x + Be^{-x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$
   Solution particulière $y_1(x) = ce^{2x}$ car 2 n'est pas racine de (E)
   Conclusion : $\boxed{S = \{x \longmapsto Ae^x + Be^{-x} + 2e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}}$
2. Résoudre $y'' - y = 6e^x$

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement positifs

1. Résoudre $y'' - y = 6e^{2x}$
   Eq caractéristique : (E) $r^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (r-1)(r+1) = 0$.
   Donc : $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto Ae^x + Be^{-x}, (A,B) \in \mathbb{R}^2\}$
   Solution particulière $y_1(x) = ce^{2x}$ car 2 n'est pas racine de (E)
   Conclusion : $\boxed{S = \{x \longmapsto Ae^x + Be^{-x} + 2e^{2x}, (A,B) \in \mathbb{R}^2\}}$
2. Résoudre $y'' - y = 6e^x$

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement positifs

1. Résoudre $y'' - y = 6e^{2x}$
   Eq caractéristique : (E) $r^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (r-1)(r+1) = 0$.
   Donc : $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto Ae^x + Be^{-x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$
   Solution particulière $y_1(x) = ce^{2x}$ car 2 n'est pas racine de (E)
   Conclusion : $\boxed{S = \{x \longmapsto Ae^x + Be^{-x} + 2e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}}$
2. Résoudre $y'' - y = 6e^x$ A nouveau :
   $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto Ae^x + Be^{-x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$
   Solution particulière :

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement positifs

1. Résoudre $y'' - y = 6e^{2x}$
   Eq caractéristique : (E) $r^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (r-1)(r+1) = 0$.
   Donc : $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto Ae^x + Be^{-x}, (A,B) \in \mathbb{R}^2\}$
   Solution particulière $y_1(x) = ce^{2x}$ car 2 n'est pas racine de (E)
   Conclusion : $\boxed{S = \{x \longmapsto Ae^x + Be^{-x} + 2e^{2x}, (A,B) \in \mathbb{R}^2\}}$
2. Résoudre $y'' - y = 6e^x$ A nouveau :
   $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto Ae^x + Be^{-x}, (A,B) \in \mathbb{R}^2\}$
   Solution particulière : $y_1(x) = P(x)e^x$ (avec $deg(P) = 1$ car 1 est racine simple de (E))
   $y_1'(x) = (P' + P)e^x$ et $y_1''(x) = (P'' + 2P' + P)e^x$. D'où :
   $y_1''(x) - y(x) = (P'' + 2P')e^x = 6e^x \Rightarrow 2P' = 6 \Rightarrow P' = 3 \Rightarrow P = 3x + a$
   Conclusion : $\boxed{S = \{x \longmapsto (3x + A)e^x + Be^{-x}, (A,B) \in \mathbb{R}^2\}}$

équations différentielles du second ordre

discriminants nuls

1. Résoudre $y'' - 2y' + y = 3e^{2x}$

2. Résoudre $y'' - 2y' + y = xe^{x}$

équations différentielles du second ordre

discriminants nuls

1. Résoudre $y'' - 2y' + y = 3e^{2x}$
   Eq caractéristique : (E) $r^2 - 2r + 1 = 0 \Leftrightarrow (r-1)^2 = 0.$
   Donc : $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto (Ax+B)e^x, (A,B) \in \mathbb{R}^2\}$
   Solution particulière :

2. Résoudre $y'' - 2y' + y = xe^x$

équations différentielles du second ordre

discriminants nuls

1. Résoudre $y'' - 2y' + y = 3e^{2x}$
   Eq caractéristique : (E) $r^2 - 2r + 1 = 0 \Leftrightarrow (r-1)^2 = 0$.
   Donc : $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto (Ax+B)e^x, (A,B) \in \mathbb{R}^2\}$
   Solution particulière : $y_1(x) = ce^{2x}$ car 2 non racine de (E)
   $y_1'(x) = 2ce^{2x}$ et $y_1''(x) = 4ce^{2x}$
   Donc $y_1'' - 2y_1' + y_1 = ce^{2x} = 3e^{2x} \Rightarrow c = 3$

2. Résoudre $y'' - 2y' + y = xe^x$

équations différentielles du second ordre

discriminants nuls

1. Résoudre $y'' - 2y' + y = 3e^{2x}$
   Conclusion : $\boxed{S = \{x \longmapsto (Ax + B)e^x + 3e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}}$
2. Résoudre $y'' - 2y' + y = xe^x$

équations différentielles du second ordre

discriminants nuls

1. Résoudre $y'' - 2y' + y = 3e^{2x}$
   Conclusion : $\boxed{S = \{x \longmapsto (Ax+B)e^x + 3e^{2x}, (A,B) \in \mathbb{R}^2\}}$
2. Résoudre $y'' - 2y' + y = xe^x$

équations différentielles du second ordre

discriminants nuls

1. Résoudre $y'' - 2y' + y = 3e^{2x}$
   Conclusion : $\boxed{S = \{x \longmapsto (Ax + B)e^x + 3e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}}$
2. Résoudre $y'' - 2y' + y = xe^x$ A nouveau :
   $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto (Ax + B)e^x, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$
   Solution particulière :

équations différentielles du second ordre

discriminants nuls

1. Résoudre $y'' - 2y' + y = 3e^{2x}$
   Conclusion : $\boxed{S = \{x \longmapsto (Ax + B)e^x + 3e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}}$
2. Résoudre $y'' - 2y' + y = xe^x$ A nouveau :
   $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto (Ax + B)e^x, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$
   Solution particulière : $y_1(x) = P(x)e^x$ (avec $deg(P) = 3$ car 1 est racine double de (E))
   $y_1'(x) = (P' + P)e^x$ et $y_1''(x) = (P'' + 2P' + P)e^x$. D'où :
   $y_1''(x) - 2y_1(x) + y(x) = P''(x)e^x = xe^x$
   Soit $P'(x) = \dfrac{x^2}{2} + a \Rightarrow P(x) = \dfrac{x^3}{6} + ax + b$

équations différentielles du second ordre

discriminants nuls

1. Résoudre $y'' - 2y' + y = 3e^{2x}$
   Conclusion : $\boxed{S = \{x \longmapsto (Ax+B)e^x + 3e^{2x}, (A,B) \in \mathbb{R}^2\}}$
2. Résoudre $y'' - 2y' + y = xe^x$ A nouveau :
   $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto (Ax+B)e^x, (A,B) \in \mathbb{R}^2\}$
   Solution particulière : $y_1(x) = P(x)e^x$ (avec $deg(P) = 3$ car 1 est racine double de (E))
   $y_1'(x) = (P' + P)e^x$ et $y_1''(x) = (P'' + 2P' + P)e^x$. D'où :
   $y_1''(x) - 2y_1(x) + y(x) = P''(x)e^x = xe^x$
   Soit $P'(x) = \dfrac{x^2}{2} + a \Rightarrow P(x) = \dfrac{x^3}{6} + ax + b$
   Conclusion : $\boxed{S = \{x \longmapsto (\frac{x^3}{6} + Ax + B)e^x, (A,B) \in \mathbb{R}^2\}}$

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement négatifs

1. Résoudre $y'' + y = 6e^{2x}$

2. Résoudre $y'' + y = \cos(x)$.

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement négatifs

1. Résoudre $y'' + y = 6e^{2x}$
   Eq caractéristique : (E) $r^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow (r - i)(r + i) = 0$.
   Donc : $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto A\cos(x) + B\sin(x), (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$
   Solution particulière

2. Résoudre $y'' + y = \cos(x)$.

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement négatifs

1. Résoudre $y'' + y = 6e^{2x}$
   Eq caractéristique : (E) $r^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow (r - i)(r + i) = 0.$
   Donc : $S_0 = \mathrm{Vect}\{x \longmapsto A\cos(x) + B\sin(x), (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$
   Solution particulière $y_1(x) = Pe^{2x}$ donc
   $y_1''(x) = (P'' + 4P' + 4P)e^{2x}$
   D'où : $y_1''(x) + y(x) = (P'' + 4P' + 5P)e^{2x} = 6e^{2x} \Rightarrow 5P = 6 \Rightarrow P = 6/5$

2. Résoudre $y'' + y = \cos(x)$.

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement négatifs

1. Résoudre $y'' + y = 6e^{2x}$

   Conclusion :

   $$\boxed{S = \{x \longmapsto A\cos(x) + B\sin(x) + \frac{6}{5}e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}}$$

2. Résoudre $y'' + y = \cos(x)$.

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement négatifs

1. Résoudre $y'' + y = 6e^{2x}$

   Conclusion :

   $$\boxed{S = \{x \longmapsto A\cos(x) + B\sin(x) + \frac{6}{5}e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}}$$

2. Résoudre $y'' + y = \cos(x)$.

équations différentielles du second ordre

discriminants strictement négatifs

1. Résoudre $y'' + y = 6e^{2x}$
   Conclusion :
   $$\boxed{S = \{x \longmapsto A\cos(x) + B\sin(x) + \frac{6}{5}e^{2x}, (A, B) \in \mathbb{R}^2\}}$$
2. Résoudre $y'' + y = \cos(x)$.
   L'énoncé doit suggérer $y_p(x) = ax\cos(x) + bx\sin(x)$
   On obtient en remplaçant : $y_p(x) = \frac{1}{2}x\sin(x)$
   Conclusion :
   $$\boxed{S = \{x \longmapsto A\cos(x) + \left(\frac{x}{2} + B\right)\sin(x), (A, B) \in \mathbb{R}^2\}}$$

systèmes différentiels

On considère le système (S) suivant : $\begin{cases} x'(t) & = 2x(t) + y(t) \\ y'(t) & = x(t) + 2y(t) \end{cases}$

On posera $u(t) = (x(t), y(t))$ et $u'(t) = (x'(t), y'(t))$

- Ecrire ce système sous la forme matricielle : $X' = A \cdot X$ (avec $X = \mathcal{M}_{\mathcal{B}}(u(t))$ et $X' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}}(u'(t))$) :
- A est diagonalisable ? $\mathrm{Sp}(A)$? Base $\mathcal{B}'$ de vecteurs propres ?

systèmes différentiels

On considère le système (S) suivant : $\begin{cases} x'(t) & = 2x(t) + y(t) \\ y'(t) & = x(t) + 2y(t) \end{cases}$

On posera $u(t) = (x(t), y(t))$ et $u'(t) = (x'(t), y'(t))$

- Ecrire ce système sous la forme matricielle : $X' = A \cdot X$ (avec $X = \mathcal{M}_{\mathcal{B}}(u(t))$ et $X' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}}(u'(t))$) :

$$X' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X$$

- A est diagonalisable ? $\mathrm{Sp}(A)$? Base $\mathcal{B}'$ de vecteurs propres ?

systèmes différentiels

On considère le système (S) suivant : $\begin{cases} x'(t) & = 2x(t) + y(t) \\ y'(t) & = x(t) + 2y(t) \end{cases}$

On posera $u(t) = (x(t), y(t))$ et $u'(t) = (x'(t), y'(t))$

- Ecrire ce système sous la forme matricielle : $X' = A \cdot X$ (avec $X = \mathcal{M}_{\mathcal{B}}(u(t))$ et $X' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}}(u'(t))$) :

$$X' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X$$

- A est diagonalisable ? $\mathrm{Sp}(A)$? Base $\mathcal{B}'$ de vecteurs propres ?

systèmes différentiels

On considère le système (S) suivant : $\begin{cases} x'(t) &= 2x(t) + y(t) \\ y'(t) &= x(t) + 2y(t) \end{cases}$

On posera $u(t) = (x(t), y(t))$ et $u'(t) = (x'(t), y'(t))$

- Ecrire ce système sous la forme matricielle : $X' = A \cdot X$ (avec $X = \mathcal{M}_{\mathcal{B}}(u(t))$ et $X' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}}(u'(t))$) :
$$X' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X$$
- A est diagonalisable ? **Oui** ; $\mathrm{Sp}(A)$? $= \{1, 3\}$; Base $\mathcal{B}'$ de vecteurs propres ? $\mathcal{B}' = (u_1, u_2)$ où $u_1 = (1, -1)$ et $u_2 = (1, 1)$
$A = P \cdot D \cdot P^{-1}$ avec $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

systèmes différentiels

On note désormais $u(t) = (a(t), b(t))_{\mathcal{B}'}$ et $u'(t) = (a'(t), b'(t))_{\mathcal{B}'}$; $Y = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'}(u(t))$ et $Y' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'}(u'(t))$.

- Système (S) dans $\mathcal{B}'$
- Conclure :

systèmes différentiels

On note désormais $u(t) = (a(t), b(t))_{\mathcal{B}'}$ et $u'(t) = (a'(t), b'(t))_{\mathcal{B}'}$; $Y = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'}(u(t))$ et $Y' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'}(u'(t)))$.

- Système (S) dans $\mathcal{B}'$: $Y' = DY$
- Conclure :

systèmes différentiels

On note désormais $u(t) = (a(t), b(t))_{\mathcal{B}'}$ et $u'(t) = (a'(t), b'(t))_{\mathcal{B}'}$; $Y = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'}(u(t))$ et $Y' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'}(u'(t)))$.

- Système (S) dans $\mathcal{B}'$: $Y' = DY$

$$\begin{cases} a'(t) & = a(t) \\ b'(t) & = 3b(t) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a'(t) - a(t) & = 0 \\ b'(t) - 3b(t) & = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(t) & = \lambda e^t \\ b(t) & = \mu e^{3t} \end{cases}$$

- Conclure :

systèmes différentiels

On note désormais $u(t) = (a(t), b(t))_{\mathcal{B}'}$ et $u'(t) = (a'(t), b'(t))_{\mathcal{B}'}$; $Y = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'}(u(t))$ et $Y' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'}(u'(t)))$.

- Système (S) dans $\mathcal{B}'$: $Y' = DY$
$$\begin{cases} a'(t) & = a(t) \\ b'(t) & = 3b(t) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a'(t) - a(t) & = 0 \\ b'(t) - 3b(t) & = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(t) & = \lambda e^t \\ b(t) & = \mu e^{3t} \end{cases}$$
- Conclure :$X = P \cdot Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix}$

Table des matières

1. Suites numériques
   - Vocabulaire, suites usuelles et principaux théorèmes
   - Suites définies par une fonction
2. Fonctions d'une variable réelle
   - Limites, continuité et dérivabilité
   - Développements limités et équivalents
3. Intégration
   - Intégrales définies
   - Fonctions définies par une intégrale
   - Intégrales généralisées
4. équations différentielles
   - équations différentielles
   - systèmes différentiels
5. séries numériques

séries numériques

Dire dans chacun des cas si les séries convergent :

- $\sum 2^n$
- $\sum \dfrac{1}{3^n}$
- $\sum \dfrac{n}{2^n}$
- $\sum \dfrac{1}{n2^n}$
- $\sum \dfrac{n(n-1)}{2^n}$

séries numériques

Dire dans chacun des cas si les séries convergent :

- $\sum 2^n$ - **NON** car $\lim\limits_{n \to \infty} 2^n \neq 0$
- $\sum \dfrac{1}{3^n}$
- $\sum \dfrac{n}{2^n}$
- $\sum \dfrac{1}{n2^n}$
- $\sum \dfrac{n(n-1)}{2^n}$

séries numériques

Dire dans chacun des cas si les séries convergent :

- $\sum 2^n$ - **NON** car $\lim\limits_{n\to\infty} 2^n \neq 0$
- $\sum \frac{1}{3^n}$ - **OUI** - Série géométrique
- $\sum \frac{n}{2^n}$
- $\sum \frac{1}{n2^n}$
- $\sum \frac{n(n-1)}{2^n}$

séries numériques

Dire dans chacun des cas si les séries convergent :

- $\sum 2^n$ - **NON** car $\lim\limits_{n\to\infty} 2^n \neq 0$
- $\sum \dfrac{1}{3^n}$ - **OUI** - Série géométrique
- $\sum \dfrac{n}{2^n}$ - **OUI** - $\sum n \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$ Série géométrique dérivée
- $\sum \dfrac{1}{n2^n}$
- $\sum \dfrac{n(n-1)}{2^n}$

séries numériques

Dire dans chacun des cas si les séries convergent :

- $\sum 2^n$ - **NON** car $\lim\limits_{n\to\infty} 2^n \neq 0$
- $\sum \frac{1}{3^n}$ - **OUI** - Série géométrique
- $\sum \frac{n}{2^n}$ - **OUI** - $\sum n \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ Série géométrique dérivée
- $\sum \frac{1}{n2^n}$ - **OUI** - Par théor. de comparaison avec $\sum \frac{1}{2^n}$
- $\sum \frac{n(n-1)}{2^n}$

séries numériques

Dire dans chacun des cas si les séries convergent :

- $\sum 2^n$ - **NON** car $\lim\limits_{n\to\infty} 2^n \neq 0$
- $\sum \dfrac{1}{3^n}$ - **OUI** - Série géométrique
- $\sum \dfrac{n}{2^n}$ - **OUI** - $\sum n\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$ Série géométrique dérivée
- $\sum \dfrac{1}{n2^n}$ - **OUI** - Par théor. de comparaison avec $\sum \dfrac{1}{2^n}$
- $\sum \dfrac{n(n-1)}{2^n}$ - **OUI** - car $\sum n(n-1)\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-2}$ converge

Séries numériques (suite)

- On suppose que la série $\sum u_n$ converge. Montrer la convergence de :
  - $\sum sin(u_n)$
  - $\sum tan(u_n)$
  - $\sum Arctan(u_n)$
- $\sum u_n$ et $\sum v_n$ étant deux S.T.P., montrer que $\sum \sqrt{u_n v_n}$ converge.

Séries numériques (suite)

- On suppose que la série $\sum u_n$ converge. Montrer la convergence de :
  - $\sum sin(u_n)$; $\sin(u_n) \underset{n\to\infty}{\sim} u_n$
    donc $\sum sin(u_n)$ et $\sum u_n$ de même nature
  - $\sum tan(u_n)$
  - $\sum Arctan(u_n)$
- $\sum u_n$ et $\sum v_n$ étant deux S.T.P., montrer que $\sum \sqrt{u_n v_n}$ converge.

Séries numériques (suite)

- On suppose que la série $\sum u_n$ converge. Montrer la convergence de :
  - $\sum sin(u_n)$; $\sin(u_n) \underset{n\to\infty}{\sim} u_n$
    donc $\sum sin(u_n)$ et $\sum u_n$ de même nature
  - $\sum tan(u_n)$; $\tan(u_n) \underset{n\to\infty}{\sim} u_n$; même conclusion
  - $\sum Arctan(u_n)$
- $\sum u_n$ et $\sum v_n$ étant deux S.T.P., montrer que $\sum \sqrt{u_n v_n}$ converge.

Séries numériques (suite)

- On suppose que la série $\sum u_n$ converge. Montrer la convergence de :
  - $\sum sin(u_n)$; $\sin(u_n) \underset{n\to\infty}{\sim} u_n$
    donc $\sum sin(u_n)$ et $\sum u_n$ de même nature
  - $\sum tan(u_n)$; $\tan(u_n) \underset{n\to\infty}{\sim} u_n$; même conclusion
  - $\sum Arctan(u_n)$; $\arctan(u_n) \underset{n\to\infty}{\sim} u_n$; même conclusion
- $\sum u_n$ et $\sum v_n$ étant deux S.T.P., montrer que $\sum \sqrt{u_n v_n}$ converge.

Séries numériques (suite)

- On suppose que la série $\sum u_n$ converge. Montrer la convergence de :
  - $\sum sin(u_n)$; $\sin(u_n) \underset{n\to\infty}{\sim} u_n$
    donc $\sum sin(u_n)$ et $\sum u_n$ de même nature
  - $\sum tan(u_n)$; $\tan(u_n) \underset{n\to\infty}{\sim} u_n$; même conclusion
  - $\sum Arctan(u_n)$; $\arctan(u_n) \underset{n\to\infty}{\sim} u_n$; même conclusion
- $\sum u_n$ et $\sum v_n$ étant deux S.T.P., montrer que $\sum \sqrt{u_n v_n}$ converge.

Séries numériques (suite)

- On suppose que la série $\sum u_n$ converge. Montrer la convergence de :
  - $\sum sin(u_n)$; $\sin(u_n) \underset{n\to\infty}{\sim} u_n$
    donc $\sum sin(u_n)$ et $\sum u_n$ de même nature
  - $\sum tan(u_n)$; $\tan(u_n) \underset{n\to\infty}{\sim} u_n$; même conclusion
  - $\sum Arctan(u_n)$; $\arctan(u_n) \underset{n\to\infty}{\sim} u_n$; même conclusion
- $\sum u_n$ et $\sum v_n$ étant deux S.T.P., montrer que $\sum \sqrt{u_n v_n}$ converge.

  Il suffit de noter que $\sqrt{u_n v_n} \leq \dfrac{1}{2}(u_n + v_n)$

Vocabulaire sur les séries numériques (VRAI/FAUX)

- $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$ converge
- $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{k!} = e^2$
- $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \lambda q^k$ est de même nature que $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} q^k$
- $\displaystyle\sum_{n\geq 2} \lambda u_n = \lambda \sum_{n\geq 2} u_n$

Vocabulaire sur les séries numériques (VRAI/FAUX)

- $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$ converge ; **FAUX** mais $\displaystyle\sum \frac{1}{k!}$ converge
- $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{k!} = e^2$
- $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \lambda q^k$ est de même nature que $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} q^k$
- $\displaystyle\sum_{n\geq 2} \lambda u_n = \lambda \sum_{n\geq 2} u_n$

Vocabulaire sur les séries numériques (VRAI/FAUX)

- $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$ converge ; **FAUX** mais $\displaystyle\sum \frac{1}{k!}$ converge
- $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{k!} = e^2$; **FAUX** mais $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{k!} = e^2 - 3$
- $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \lambda q^k$ est de même nature que $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} q^k$
- $\displaystyle\sum_{n \geq 2} \lambda u_n = \lambda \sum_{n \geq 2} u_n$

Vocabulaire sur les séries numériques (VRAI/FAUX)

- $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$ converge ; **FAUX** mais $\displaystyle\sum \frac{1}{k!}$ converge
- $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{k!} = e^2$; **FAUX** mais $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{k!} = e^2 - 3$
- $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \lambda q^k$ est de même nature que $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} q^k$; **FAUX** mais $\displaystyle\sum \lambda q^k$ et $\displaystyle\sum q^k$ sont de même nature
- $\displaystyle\sum_{n\geq 2} \lambda u_n = \lambda \sum_{n\geq 2} u_n$

Vocabulaire sur les séries numériques (VRAI/FAUX)

- $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$ converge ; **FAUX** mais $\sum \frac{1}{k!}$ converge
- $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{k!} = e^2$; **FAUX** mais $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{k!} = e^2 - 3$
- $\sum_{k=0}^{\infty} \lambda q^k$ est de même nature que $\sum_{k=0}^{\infty} q^k$; **FAUX** mais $\sum \lambda q^k$ et $\sum q^k$ sont de même nature
- $\sum_{n\geq 2} \lambda u_n = \lambda \sum_{n\geq 2} u_n$; **FAUX** mais « si $\sum_{n\geq 2} u_n$ converge, alors $\sum_{n\geq 2} \lambda u_n$ converge et $\sum_{n=2}^{\infty} \lambda u_n = \lambda \sum_{n=2}^{\infty} u_n$ »

Vocabulaire sur les séries numériques (suite)

- Les séries $\sum_{k\geq 0}(\frac{1}{2})^k$ et $\sum_{k\geq 2}(\frac{1}{2})^k$ sont égales
- $\sum_{k=0}^{4}(\frac{1}{2})^k$ converge
- $\sum_{k=0}^{n}(\frac{1}{2})^k$ converge
- $\sum(\frac{1}{2})^k$ converge
- $\sum_{k=1}^{n} k(\frac{1}{2})^{k-1} \leq \sum_{k=1}^{n+1} k(\frac{1}{2})^{k-1}$
- $\sum_{k=1}^{n} k(\frac{1}{2})^{k-1}$ est croissante

Vocabulaire sur les séries numériques (suite)

- Les séries $\sum_{k\geq 0}(\frac{1}{2})^k$ et $\sum_{k\geq 2}(\frac{1}{2})^k$ sont égales ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^{4}(\frac{1}{2})^k$ converge
- $\sum_{k=0}^{n}(\frac{1}{2})^k$ converge
- $\sum(\frac{1}{2})^k$ converge
- $\sum_{k=1}^{n} k(\frac{1}{2})^{k-1} \leq \sum_{k=1}^{n+1} k(\frac{1}{2})^{k-1}$
- $\sum_{k=1}^{n} k(\frac{1}{2})^{k-1}$ est croissante

Vocabulaire sur les séries numériques (suite)

- Les séries $\sum_{k\geq 0}(\frac{1}{2})^k$ et $\sum_{k\geq 2}(\frac{1}{2})^k$ sont égales ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^{4}(\frac{1}{2})^k$ converge ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^{n}(\frac{1}{2})^k$ converge
- $\sum(\frac{1}{2})^k$ converge
- $\sum_{k=1}^{n} k(\frac{1}{2})^{k-1} \leq \sum_{k=1}^{n+1} k(\frac{1}{2})^{k-1}$
- $\sum_{k=1}^{n} k(\frac{1}{2})^{k-1}$ est croissante

Vocabulaire sur les séries numériques (suite)

- Les séries $\sum_{k\geq 0}(\frac{1}{2})^k$ et $\sum_{k\geq 2}(\frac{1}{2})^k$ sont égales ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^{4}(\frac{1}{2})^k$ converge ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^{n}(\frac{1}{2})^k$ converge ; **FAUX**
- $\sum(\frac{1}{2})^k$ converge
- $\sum_{k=1}^{n} k(\frac{1}{2})^{k-1} \leq \sum_{k=1}^{n+1} k(\frac{1}{2})^{k-1}$
- $\sum_{k=1}^{n} k(\frac{1}{2})^{k-1}$ est croissante

Vocabulaire sur les séries numériques (suite)

- Les séries $\sum_{k\geq 0}(\frac{1}{2})^k$ et $\sum_{k\geq 2}(\frac{1}{2})^k$ sont égales ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^{4}(\frac{1}{2})^k$ converge ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^{n}(\frac{1}{2})^k$ converge ; **FAUX**
- $\sum(\frac{1}{2})^k$ converge ; **VRAI**
- $\sum_{k=1}^{n} k(\frac{1}{2})^{k-1} \leq \sum_{k=1}^{n+1} k(\frac{1}{2})^{k-1}$
- $\sum_{k=1}^{n} k(\frac{1}{2})^{k-1}$ est croissante

Vocabulaire sur les séries numériques (suite)

- Les séries $\sum_{k\geq 0}(\frac{1}{2})^k$ et $\sum_{k\geq 2}(\frac{1}{2})^k$ sont égales ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^{4}(\frac{1}{2})^k$ converge ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^{n}(\frac{1}{2})^k$ converge ; **FAUX**
- $\sum(\frac{1}{2})^k$ converge ; **VRAI**
- $\sum_{k=1}^{n} k(\frac{1}{2})^{k-1} \leq \sum_{k=1}^{n+1} k(\frac{1}{2})^{k-1}$; **VRAI**
- $\sum_{k=1}^{n} k(\frac{1}{2})^{k-1}$ est croissante

Vocabulaire sur les séries numériques (suite)

- Les séries $\sum_{k\geq 0}(\frac{1}{2})^k$ et $\sum_{k\geq 2}(\frac{1}{2})^k$ sont égales ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^{4}(\frac{1}{2})^k$ converge ; **FAUX**
- $\sum_{k=0}^{n}(\frac{1}{2})^k$ converge ; **FAUX**
- $\sum(\frac{1}{2})^k$ converge ; **VRAI**
- $\sum_{k=1}^{n} k(\frac{1}{2})^{k-1} \leq \sum_{k=1}^{n+1} k(\frac{1}{2})^{k-1}$; **VRAI**
- $\sum_{k=1}^{n} k(\frac{1}{2})^{k-1}$ est croissante ; **FAUX** mais $\sum k(\frac{1}{2})^{k-1}$ est croissante