Quiz 5 : séries numériques

① Dire dans chacun des cas si les séries convergent (Vrai / Faux) :

— ***Série 1*** : $\sum 2^n$; ***Série 2*** : $\sum \frac{1}{3^n}$; ***Série 3*** : $\sum \frac{n}{2^n}$; ***Série 4*** : $\sum \frac{1}{n2^n}$

— ***Série 5*** : $\sum \frac{n(n-1)}{2^n}$; ***Série 6*** : $\sum n(n-1)$;

② Vocabulaire sur les séries numériques (Vrai / Faux) :

— ***Assertion 1*** : Si la suite (u_n) tend vers 0, alors la série $\sum u_n$ converge.

— ***Assertion 2*** : $\sum_{k=0}^{\infty} \lambda q^k$ est de même nature que $\sum_{k=0}^{\infty} q^k$

— ***Assertion 3*** : $\sum_{k\geq 0} \lambda q^k$ est de même nature que $\sum_{k\geq 1} q^k$

— ***Assertion 4*** : La série $\sum q^n$ converge $\forall q < 1$.

— ***Assertion 5*** : $\sum_{n\geq 2} \lambda u_n = \lambda \sum_{n\geq 2} u_n$

— ***Assertion 6*** : Les séries $\sum_{n\geq 0} \left(\frac{1}{2}\right)^n$ et $\sum_{n\geq 2} \left(\frac{1}{2}\right)^n$ sont égales.

— ***Assertion 7*** : $\sum_{k=0}^{n} k\frac{1}{2^k} \leq \sum_{k=0}^{n+1} k\frac{1}{2^k}$

③ On suppose que la série $\sum_{n\geq 0} u_n$ est une S.T.P. convergente. Cochez les assertions qui sont vraies :

— $\sum_{k=0}^{10} u_k$ converge.

— $\forall n \in \mathbb{N}$, $\sum_{k=0}^{n} u_k$ converge.

— (S_n) est une suite croissante.

— (u_n) est une suite croissante.

— (S_n) converge vers 0.

— (u_n) converge vers 0.

— (S_n) converge vers $S = \sum_{n=0}^{\infty} u_n$.

— La suite (R_n) définie par $R_n = S - S_n$ converge vers 0.

④ Les séries suivantes convergent et leur somme vaut a/b. Entrer dans chaque cas votre réponse sous la forme que vous lui donneriez en `Python` [✐ sans signe « = », sans espace..]

$$\sum_{k\geq 2} \frac{1}{2^{2k}},\ S_1 = ? \quad ; \quad \sum_{k\geq 1} e^{-(k-1)},\ S_2 = ?$$

$$\sum_{k\geq 1} (3k+1)\frac{1}{3^k},\ S_3 = ? \quad ; \quad \sum_{k\geq 0} k(-2)^{-k},\ S_4 = ?$$