

Quiz 3 : Fonctions d'une variable réelle

① On appelle A l'ensemble $\ln(\mathbb{R}_+^*)$.

Rep. 1 : A est \mathbb{R} ; *Rep. 2* : Cela n'a pas de sens; *Rep. 3* : A est \mathbb{R}_+^* ; *Rep. 4* : A est $[1, +\infty[$

② On demande les développements limités à l'ordre 2 au voisinage de 0 des fonctions suivantes :

☞ Pour les rentrer les réponses, vous rentrerez les coefficients de la partie régulière sous forme de liste Python (sans signe "égale") dont les termes sont séparés par une virgule (et un espace). Par exemple,

— pour $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + o(x^2)$, on entrera au clavier : `[1, 1/2, -1/8]`

— pour $\frac{1}{1-x^2} = 1 + x^2 + o(x^2)$, on entrera au clavier : `[1, 0, 1]`

$\exp(x) =$ _____ , $\cos(x) =$ _____ , $\sin(x) =$ _____

$\ln(1+x) =$ _____ , $(1+x)^{1/3} =$ _____ , $\frac{1}{1-x} =$ _____

③ Le développement limité à l'ordre 5 de $\arctan(x)$ est :

Rep. 1 : $1 - x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} + o(x^5)$; *Rep. 2* : $x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + o(x^5)$; *Rep. 3* : $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + o(x^5)$

④ Soit $h : x \mapsto \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$.

Rep. 1 : h est continue en 0; *Rep. 2* : h est dérivable en 0; *Rep. 3* : h est prolongeable par continuité en 0; *Rep. 4* : h n'est pas continue en 0

⑤ Soit $f : x \mapsto \arctan\left(\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\right)$. f est dérivable sur :

Rep. 1 : $[-1, 1]$; *Rep. 2* : $] - 1, 1]$; *Rep. 3* : $] - 1, 1[$; *Rep. 4* : $[1, +\infty[$

⑥ \arccos est la réciproque de \cos restreinte à $[0, \pi]$. On pose $g = \arccos$.

Rep. 1 : g n'existe pas forcément; *Rep. 2* : g est croissante; *Rep. 3* : g est décroissante; *Rep. 4* : g est paire.

⑦ Vrai/Faux : Soit f bijective de I sur J . Si f est dérivable sur I , alors f^{-1} est dérivable sur J ?

⑧ Si f est une fonction continue strictement monotone dont la dérivée ne s'annule pas alors f^{-1} est dérivable et $(f^{-1})'$ est :

Rep. 1 : $-\frac{f'}{f^2}$; *Rep. 2* : $\frac{1}{f' \circ f^{-1}}$; *Rep. 3* : $\frac{1}{f' \circ f}$; *Rep. 4* : f^{-1} n'est pas forcément dérivable.

⑨ Associer une courbe (en rentrant un numéro de courbe de 1 à 6) à chacune des fonctions suivantes :

$$x \mapsto x^2, x \mapsto x^3, x \mapsto 1/x, x \mapsto x, x \mapsto \sqrt{x}, x \mapsto \sqrt[3]{x}$$

