

**- Programme de colle - Semaines 19 -**
**Chapitres 7 et 8 : Variables aléatoires discrètes**
**Les questions possibles sont les suivantes :**

- **Q1** : On considère une succession d'épreuves de Bernoulli indépendantes de même paramètre  $p$ .  $X$  et  $Y$  sont des variables aléatoires respectivement égales au rang du premier et du second succès. Loi du couple  $(X, Y)$  et, au choix : Lois marginales ou loi de  $Z = Y - X$ .
- **Q2** : Inégalité de Schwarz. Démonstration.
- **Q3** : Loi de  $Z = \min(X, Y)$  où  $X$  et  $Y$  indépendantes telles que  $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$  et  $Y \hookrightarrow \mathcal{G}(p')$ .
- **Q4** : Loi de  $Z = X + Y$  où  $X$  et  $Y$  indépendantes telles que  $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$  et  $Y \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$ .
- **Q5** : Loi de  $Z = X + Y$  où  $X$  et  $Y$  indépendantes telles que  $X \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda)$  et  $Y \hookrightarrow \mathcal{P}(\mu)$ .
- **Q6** : Soit  $f \in \mathcal{L}(E)$ .  $\lambda \in \text{Sp}(f) \Rightarrow \lambda^n \in \text{Sp}(f^n)$  et  $E_\lambda(f) \subset E_{\lambda^n}(f^n)$ .
- **Q7** : Une famille finie de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre.
- **Q8** : Si deux matrices sont semblables alors elles ont même valeurs propres.
- **Q9** :  $A$  et  ${}^tA$  ont même valeurs propres et  $\dim(E_\lambda(A)) = \dim(E_\lambda({}^tA))$ .
- **Q10** : Soit  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$  dont les coefficients sont réels. Alors :  

$$\lambda \in \text{Sp}(A) \Leftrightarrow \bar{\lambda} \in \text{Sp}(A) \text{ et } X \in E_\lambda(A) \Leftrightarrow \bar{X} \in E_{\bar{\lambda}}(A)$$

**Exercices :**

Ils porteront, une dernière fois, sur les variables aléatoires discrètes au programme de première ou de deuxième année.

*Remarque* : Toute simulation informatique des épreuves aléatoires en jeu sera la bienvenue !

*A suivre* : Réduction d'endomorphismes.