

- Programme de colle de la semaine 17 -**Cours et exercices : « Applications linéaires ».**

- **Q1** : $f \in \mathcal{L}(E, F)$. $\text{Ker} f$ est un sous-espace vectoriel de E . Lien avec l'injectivité.
- **Q2** : $f \in \mathcal{L}(E, F)$. $\text{Im} f$ est un sous-espace vectoriel de F . Lien avec la surjectivité.
- **Q3** : $f, g \in \mathcal{L}(E)$ et $n \in \mathbb{N}$. $g \circ f = 0 \Rightarrow \text{Im} f \subset \text{Ker} g$; $\text{Ker} f^n \subset \text{Ker} f^{n+1}$; $\text{Im} f^{n+1} \subset \text{Im} f^n$.
- **Q4** : $f \in \mathcal{L}(E, F)$. f est un isomorphisme ssi l'image d'une base de E est une base de F .
- **Q5** : Soit E un \mathbb{K} -espace vectoriel de dimension n muni de deux bases distinctes \mathcal{B}_E et \mathcal{B}'_E et soit P la matrice de passage de la base \mathcal{B}_E à la base \mathcal{B}'_E .
Si u un vecteur de E , $X = \mathcal{M}_{\mathcal{B}_E}(u)$ et $X' = \mathcal{M}_{\mathcal{B}'_E}(u)$. Alors : $X = PX'$.
- **Q6** : Définition de A et B semblables. Expression de B^n en fonction de A^n (récurrence).

Exercices :

On rappelle que les capacités attendues par le programme officiel sont : « Obtenir la matrice d'une application linéaire dans des bases données; déterminer un noyau et une image; changements de bases. »

Bonnes colles!