

**- Programme de colle de la semaine 16 -**

**Cours et exercices : « Loi normale et somme de variables aléatoires à densité » et « Applications linéaires ».**

- **Q1 : Loi normale.** Théorème 2.3 :  $X \hookrightarrow \mathcal{N}(m, \sigma^2) \Leftrightarrow Y = \frac{X - m}{\sigma} \hookrightarrow \mathcal{N}(0, 1)$ .
- **Q2 : Loi normale centrée réduite.** Espérance et variance (prop2.5)
- **Q3 :** Somme de variables aléatoires indépendantes (la formule du produit de convolution sera rappelée) : **Loi de la somme de deux variables aléatoires indépendantes de lois uniformes** sur  $[0, 1]$ .
- **Q4 :** Somme de variables aléatoires indépendantes (la formule du produit de convolution sera rappelée) : **Loi de la somme de deux variables aléatoires indépendantes de lois exponentielles** de même paramètre  $\lambda$ .
- **Q5 :**  $f \in \mathcal{L}(E, F)$ .  $\text{Ker } f$  est un sous-espace vectoriel de  $E$ . Lien avec l'injectivité.
- **Q6 :**  $f \in \mathcal{L}(E, F)$ .  $\text{Im } f$  est un sous-espace vectoriel de  $F$ . Lien avec la surjectivité.
- **Q7 :**  $f, g \in \mathcal{L}(E)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .  $\text{Ker } f^n \subset \text{Ker } f^{n+1}$ ,  $\text{Im } f^{n+1} \subset \text{Im } f$ ,  $f \circ g = 0 \Rightarrow \text{Im}(g) \subset \text{Ker}(f)$ .
- **Q8 :** Soit  $E$  et  $F$  deux espaces vectoriels de dimension  $n$  et  $f \in \mathcal{L}(E, F)$ . Montrer que :  
 $f$  est un isomorphisme si, et seulement si, l'image d'une base  $\mathcal{B}_E$  de  $E$  est une base de  $F$

**Exercices :**

Les exercices porteront sur les points abordés dans les questions de cours ci-dessus.

✍ *Remarque :* En algèbre, les matrices de changement de bases n'ont pas été abordées et seront au programme de colle de la semaine prochaine

**Bonnes colles !**