

**- Programme de colle de la semaine 15 -**
**Chapitre « Variables aléatoires à densité » - Questions de cours :**

- **Q1 : Loi du minimum** ou du **maximum** de deux ou  $n$  variables aléatoires indépendantes. Application à l'exemple 1.5 (loi du minimum de deux variables aléatoires indépendantes de même loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ ) ou à l'exemple 1.6 (loi du minimum ou du maximum de  $n$  variables aléatoires indépendantes de même loi uniforme sur  $[a, b]$ ).
- **Q2 :**  $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$  est définie sur  $\mathbb{R}_+^*$  et en particulier  $\Gamma(n) = \int_0^\infty t^{n-1} e^{-t} dt$  vaut  $(n-1)!$  pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ . *Application :* moments d'ordre  $r$  d'une v.a.r.  $X$  de densité  $f : x \mapsto \frac{1}{2} e^{-|x|}$ .
- **Q3 : Loi uniforme.** Densité et fonction de répartition. Espérance et variance.
- **Q4 : Loi exponentielle.** Densité et fonction de répartition. Espérance et/ou variance.
- **Q5 :** Si  $X \hookrightarrow \exp(\lambda)$ , alors  $m_r(X)$  existe pour tout  $r \in \mathbb{N}$  et vaut  $\frac{r!}{\lambda^r}$ . *Les propriétés de la fonction  $\Gamma$  sont supposées connues.*
- **Q6 :** « Amnésie » de la loi exponentielle.
- **Q7 : Loi normale.** Théorème 2.3 :  $X \hookrightarrow \mathcal{N}(m, \sigma^2) \Leftrightarrow Y = \frac{X - m}{\sigma} \hookrightarrow \mathcal{N}(0, 1)$ .
- **Q8 : Loi normale centrée réduite.** Espérance et variance.
- **Q9 : Somme de variables aléatoires indépendantes** (la formule du produit de convolution sera rappelée) : Loi de la somme de deux variables aléatoires indépendantes de lois uniformes sur  $[0, 1]$ .
- **Q10 : Somme de variables aléatoires indépendantes** (la formule du produit de convolution sera rappelée) : Loi de la somme de deux variables aléatoires indépendantes de lois exponentielles de même paramètre  $\lambda$ .

*☞* Pour les questions 3 et 4 et 7, on saura donner une représentation graphique des densités et des fonctions de répartition.

**Exercices :**

Les exercices porteront sur les points abordés en question de cours.

Il peut être demandé de modéliser les lois usuelles au programme.

On insistera sur le produit de convolution dont la pratique sera également au programme de la semaine prochaine.

*☞ Remarque :* Le produit de convolution restera au programme de colle la semaine prochaine.

**Bonnes colles !**