

- Programme de colle de la semaine 14 -
Chapitre « Variables aléatoires à densité » :

Les questions possibles sont les suivantes :

- **Q1 : Loi du minimum** ou du **maximum** de deux ou n variables aléatoires indépendantes. Application à l'exemple 1.5 (loi du minimum de deux variables aléatoires indépendantes de même loi exponentielle de paramètre λ) ou à l'exemple 1.6 (loi du minimum ou du maximum de n variables aléatoires indépendantes de même loi uniforme sur $[a, b]$).
- **Q2 : Énoncé du théorème de transfert.** Application à l'exemple 1.8.
- **Q3 : Inégalité de Markov.** Démonstration.
- **Q4 :** $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ est définie sur \mathbb{R}_+^* et en particulier $\Gamma(n) = \int_0^\infty t^{n-1} e^{-t} dt$ vaut $(n-1)!$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$. *Application :* moments d'ordre r d'une v.a.r. X de densité $f : x \mapsto \frac{1}{2} e^{-|x|}$.
- **Q5 :** Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, $a < b$. $U \hookrightarrow \mathcal{U}_{]0,1[} \Leftrightarrow X = (b-a)U + a \hookrightarrow \mathcal{U}_{]a,b[}$.
- **Q6 : Loi uniforme.** Densité et fonction de répartition. Espérance et variance.
- **Q7 : Loi exponentielle.** Densité et fonction de répartition. Espérance et/ou variance.
- **Q8 :** Si $X \hookrightarrow \exp(\lambda)$, alors $m_r(X)$ existe pour tout $r \in \mathbb{N}$ et vaut $\frac{r!}{\lambda^r}$. *Les propriétés de la fonction Γ sont supposées connues.*
- **Q9 :** « Amnésie » de la loi exponentielle.

☞ Pour les questions 6 et 7, on saura donner une représentation graphique des densités et des fonctions de répartition.

Exercices :

Les exercices porteront sur les points abordés en question de cours ainsi que sur la loi normale. Il peut être demandé de modéliser avec Python les lois usuelles au programme.

☞ Remarque : Aucune question ne sera posée cette semaine sur la somme de variables aléatoires indépendantes et donc sur l'application du produit de convolution.

Bonnes colles !