

- Programme de colle semaines 9 et 10 -

COURS : Chapitre « Espaces vectoriels »

- **Q1** : Toute famille finie de polynômes non nuls de degrés deux à deux distincts est libre.
- **Q2** : Pour $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, $\mathcal{F} = \{f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}) / f'' + af' + bf = 0\}$ est un \mathbb{R} -espace vectoriel de dimension 2 dont on donnera une base selon que le discriminant de l'équation caractéristique associée est strictement positif, nul ou strictement négatif (démonstration demandée dans l'un, au choix, de ces trois cas).
- **Q3** : Existence et unicité de la décomposition dans une base.
- **Q4** : DS03 - Exercice, question 1 - Application du binôme de Newton.
- **Q5** : DS03 - Exercice, question 2.a) - Recherche de valeurs propres et d'espaces propres.
- **Q6** : DS03 - Exercice, question 2.b) - Inversion de matrice.
- **Q7** : DS03 - Problème, Partie I/ question 1 - Matrice de transition et recherche de valeurs propres.

EXERCICES : ESPACES VECTORIELS

Sur les **espaces vectoriels**, on rappelle les attendus du programme de deuxième année :

- **Structure vectorielle** : Combinaison linéaire d'une famille finie de vecteurs; sous-espaces vectoriels, intersection finie de ssev; ssev engendré par une famille finie de vecteurs
Famille génératrice finie d'un espace vectoriel (sous réserve d'existence); Famille libre, famille liée finie; Base finie d'un espace vectoriel et coordonnées d'un vecteur dans une base.
Matrice des coordonnées d'une famille finie de vecteurs dans une base.
- **Dimension** : De toute famille génératrice finie d'un ev E on peut extraire une base.
Dans un ev de dimension n : Toute famille libre a au plus n éléments, une famille libre ayant n éléments est une base; toute famille génératrice a au moins n éléments, une famille génératrice ayant n éléments est une base.
Si F est ssev de E alors $\dim F \leq \dim E$. Si les deux dimensions sont égales alors $F = E$.

Bonnes colles !