

- Programme de colle semaines 9 et 10 -

COURS : Chapitre « Espaces vectoriels »

- **Q1** : Toute famille finie de polynômes non nuls de degrés deux à deux distincts est libre.
- **Q2** : Pour $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, $\mathcal{F} = \{f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}) / f'' + af' + bf = 0\}$ est un \mathbb{R} -espace vectoriel de dimension 2 dont on donnera une base selon que le discriminant de l'équation caractéristique associée est strictement positif, nul ou strictement négatif (démonstration demandée dans l'un, au choix, de ces trois cas).
- **Q3** : Existence et unicité de la décomposition dans une base.
- **Q4** : DS03 - Exercice, question 1 - Application du binôme de Newton.
- **Q5** : DS03 - Exercice, question 2.a) - Recherche de valeurs propres et d'espaces propres.
- **Q6** : DS03 - Exercice, question 2.b) - Inversion de matrice.
- **Q7** : DS03 - Problème, Partie I/ question 1 - Matrice de transition et recherche de valeurs propres.

EXERCICES : Révisions (encore) du programme de BCPST1

- **Polynômes** : Opérations sur les polynômes. Polynôme dérivé.
Degré d'une somme, d'un produit, d'une dérivée de polynômes.
Racines d'un polynôme. Ordre de multiplicité et factorisation. Théorème de d'Alembert-Gauss. Condition de nullité d'un polynôme qui admet plus de racines (comptées avec leur ordre de multiplicité) que son degré.
- **Systèmes linéaires équivalents**. Réduction d'un système linéaire par la méthode du pivot de Gauss via les opérations élémentaires, à savoir : multiplier une équation par un scalaire non nul, ajouter à une équation une combinaison linéaire des autres.
Rang d'un système, c'est-à-dire son nombre de pivots après réduction.
- **Opérations sur les matrices** : somme, produit par un scalaire, produit matriciel. Formule du binôme de Newton dans le cas de deux matrices qui commutent.
Transposée d'une matrices. Écriture matriciel d'un système. Rang d'une matrice.
Matrices carrées inversibles. Expression dans le cas particulier des matrices 2×2 .

Remarque : Un ordinateur étant à disposition, au saura aborder ou vérifier toute question sur le calcul matriciel (somme, produit, inversibilité, puissance, etc.) à l'aide de Python (cf. notebook).

Bonnes colles !