

- Programme de colle semaines 5 et 6 -

Les questions de cours possibles :

- **Q1** : La convergence absolue d'une série numérique entraîne sa convergence.
- **Q2** : Formule des probabilités totales (énoncé et preuve).
- **Q3** : Formule des probabilités composées (énoncé et preuve).
- **Q4** : Formule de Bayes (énoncé et preuve).

Exercices :

Chapitre 1 : Séries numériques

1. Définitions : Sommes partielles, convergence, divergence d'une série, somme d'une série convergente.
2. Combinaison linéaire de séries convergentes.
3. Théorème de convergence par comparaison pour deux séries à termes positifs.
 ☞ « Tout autre critère de convergence est hors programme ». Pour autant, on saura démontrer, si on est guidé, que si $u_n \sim v_n$ alors $\sum u_n$ et $\sum v_n$ sont de même nature.
4. Convergence et somme de la série géométrique et des séries « dérivées » : $\sum_{n \geq 1} nq^{n-1}$ et $\sum_{n \geq 2} n(n-1)q^{n-2}$.
 Savoir déterminer la nature et la somme de $\sum nq^n$ et $\sum n^2q^n$.
5. Convergence et calcul de la série exponentielle (Résultat admis).
6. Convergence de $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^2}$ et divergence de la série harmonique. ☞ « L'étude générale des séries de Riemann est hors programme ».
7. Soit (u_n) une suite réelle. La série télescopique $\sum (u_{n+1} - u_n)$ converge si et seulement si la suite (u_n) est convergente.
8. Convergence absolue d'une série à termes réels. ☞ « La convergence absolue est présentée comme une condition suffisante pour obtenir la convergence d'une série [...] L'étude de séries semi-convergentes est **hors** programme. »

Chapitre 2 : Concepts de base des probabilités et des variables aléatoires réelles. On rappelle les attendus du programme : « Ce chapitre étend le cadre des probabilités qui avait été posé en première année pour aborder une situation plus générale, se prêtant à la définition des variables aléatoires discrètes ou à densité [...] On présente brièvement à cette occasion d'un point de vue axiomatique l'espérance, la variance et leurs propriétés générales. ».

☞ *Remarque 1* : Les exercices du chapitre 20 dont les numéros suivent pourront être demandés et résolus dans un temps raisonnable : Exercices 6, 7, 9, 10, 12 et 20.

☞ *Remarque 2* : On reviendra plus tard dans l'année sur les variables aléatoires discrètes de première année et la connaissance des lois usuelles (loi uniforme, bernoulli, binomiale, hypergéométrique) n'est pas un attendu de ce programme de colle.

Bonnes colles !