# 9 correction : Révisions d'intégration

### Correction Exercice 1

① **a.** $F(x) = \dfrac{3}{2}\ln(|x|)$

**b.** $F(x) = \dfrac{1}{2}\ln\left(e^{2x}+1\right).$

**c.** $F(x) = -e^{-t^2/2}.$

**d.** $F(x) = \dfrac{\sin(2x)}{6}$

**e.** $F(x) = -\dfrac{1}{5}\cos^5 x + \dfrac{1}{7}\cos^7 x$

**f.** $F(x) = \dfrac{2}{3}\sqrt{x^3-3x+1}$

**g.** $F(x) = \ln|ln|x||$

**h.** $F(x) = \dfrac{1}{3\ln(2)}2^{3x+4}.$

**i.** $F(x) = \dfrac{2}{3}\sqrt{(1+\ln(x))^3}$

**j.** $F(x) = -\dfrac{1}{\sin(x)}.$

**k.** $F(x) = \dfrac{x}{2} - \dfrac{\sin(2x)}{4}$

**l.** $F(x) = \dfrac{1}{2}\arctan\left(\dfrac{\sin(x)}{2}\right)$

### Correction Exercice 2

① **a.** $F(x) = \dfrac{1}{2}\ln\left(\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right|\right)$

**b.** $F(x) = \dfrac{1}{2}\ln|x^2-1| + \dfrac{3}{2}\ln\left(\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right|\right) = \ln\left(\left|\dfrac{(x-1)^2}{x+1}\right|\right).$

en effet : $f(x) = \dfrac{1}{2}\dfrac{2x+6}{x^2-1} = \dfrac{1}{2}\dfrac{2x}{x^2-1} + \dfrac{6}{2}\dfrac{1}{x^2-1} = \dfrac{1}{2}\dfrac{2x}{x^2-1} + 3\dfrac{1}{x^2-1};$

**c.** $F(x) = -\dfrac{1}{1+x}$

**d.** $F(x) = \ln|x+1| - \dfrac{1}{x+1}.$

en effet : $f(x) = \dfrac{1}{2}\dfrac{2x+2}{x^2+2x+1} + \dfrac{1}{(x+1)^2}$

**e.** $F(x) = \dfrac{2}{\sqrt{3}}\arctan\left(\dfrac{2x+1}{\sqrt{3}}\right)$

en effet : $f(x) = \dfrac{1}{(x+1/2)^2+3/4} = \dfrac{4}{3}\dfrac{1}{\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}(x+\dfrac{1}{2})\right)^2+1}$

**f.** $F(x) = \ln(x^2+x+1) - \dfrac{2}{\sqrt{3}}\arctan\left(\dfrac{2x+1}{\sqrt{3}}\right)$

## Correction Exercice 3

① **a.** $F(x) = xe^x - e^x$ avec $u(x) = x$ et $v'(x) = e^x$.

**b.** Par intégration par parties en posant $u'(t) = te^{-t^2/2}$ et $v(t) = t$.

**c.** $F(x) = -\frac{1}{x}\arctan(x) + \ln|x| - \frac{1}{2}\ln(1+x^2)$ avec $u(x) = \arctan(x)$ et $v(x) = \frac{1}{x^2}$
en effet : $\frac{1}{x(1+x^2)} = \frac{1+x^2-x^2}{x(1+x^2)} = \frac{1}{x} - \frac{x}{1+x^2}$

**d.** $F(x) = -x\ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right) + \sqrt{x^2-1}$ avec $u(x) = \ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$ et $v'(x) = 1$

**e.** $F(x) = (x+1)\arctan(\sqrt{x}) - \sqrt{x}$ avec $u(x) = \arctan(\sqrt{x})$ et $v'(x) = 1$
en effet : on notera que si $v'(x) = 1$ alors $v(x) = x+c$ où $c \in \mathbb{R}$... à vous de choisir correctement la valeur de $c$ !

② **a.** $F(x) = \int_0^x \frac{t}{1+t^4}dt$ avec $s = u(t) = t^2$ et donc $ds = 2tdt$. Soit :
$F(x) = \int_0^{x^2} \frac{ds/2}{1+s^2} = \frac{1}{2}\int_0^{x^2} \frac{ds}{1+s^2} = \frac{\arctan(x^2)}{2}$

**b.** $F(x) = \int_0^{u(x)} (1+s^2)ds = \tan(x) + \frac{\tan^3(x)}{3}$ avec $u \in \mathcal{C}^1([0,x])$, $\forall x \in ]-\pi/2, \pi/2[$.

**c.** $F(x) = \int_{\sqrt{2}}^{u(x)} \frac{2ds}{s^2-1} = \int_{\sqrt{2}}^{u(x)} \left(\frac{1}{s-1} - \frac{1}{s+1}\right)ds = \ln\left(\left|\frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt{1+x}+1}\right|\right) - C$ où $C = \ln\left(\left|\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right|\right)$, $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$

**d.** $F(x) = \int_0^{u(x)} \frac{2s^2}{(s^2+1)^2}ds = \int_0^{u(x)} \frac{2s}{(s^2+1)^2}sds = -\frac{\sqrt{x}}{x+1} + \arctan(\sqrt{x})$, $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$ [par Int. par Parties]