

COLLE SEMAINE 19 - SUJET 1 -

Cours :

Loi de la somme de deux variables aléatoires indépendantes qui suivent une loi de Poisson. Généralisation au cas de n variables aléatoires indépendantes.

Exercice 1 :

2	3	6
1	4	5
10	7	8

On considère un damier dont les cases sont numérotées comme l'indique la figure ci-dessus. Un pion, qui se trouve initialement sur la case 4 se déplace équiprobablement vers les cases ayant un côté en commun avec la case sur laquelle il se trouve.

- ① On s'intéresse dans cette question à la variable X_{2n} , égale au nombre de fois où le pion est passé à nouveau par la case 4 en $2n$ sauts (où n entier naturel). Noter que X_{2n} ne comptabilise pas le fait que notre pion démarre de la case 4.
Donner la loi de X_{2n} .

- ② On s'intéresse maintenant à la variable Y_1 égale au nombre de déplacements nécessaires pour que le pion passe par la case 4 pour la première fois.

- Déterminer l'ensemble des valeurs prises par Y_1 .
- Exprimer l'événement $(Y_1 > 2n)$ à l'aide de la variable X_{2n} .
- En déduire une expression de la loi de Y_1 .
- On pose $Z_1 = \frac{Y_1}{2}$. Montrer que Z_1 suit une loi géométrique dont on déterminera le paramètre ; En déduire l'espérance de Y_1 .

- ③ Dans cette question, on s'intéresse à la variable aléatoire Y_2 égale au nombre de déplacements nécessaires pour que le pion passe une deuxième fois sur la case 4.

- Que peut-on dire de la variable $Y_2 - Y_1$?
- En déduire l'espérance de Y_2 .
- Déterminer une expression de la loi de Y_2 .

- ④ *Simulation informatique :*

- Écrire une fonction Python qui simule la variable Y_1 .
- Écrire une fonction Python qui simule la variable Y_2 .