

**Bilan de BCPST1**

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé au cours de l'épreuve.

**1 Manipulations élémentaires avec Python :**

- On considère la liste  $L1 = [1, 3, 'cinq', 7, 'neuf', 11]$ .  
Comment, avec une commande Python et le seul recours à  $L1$ , pouvez-vous :
  - Obtenir le nombre d'éléments dans  $L1$  :
  - afficher l'entier 7 :
  - afficher le **f** de 'neuf' :
  - savoir si l'entier 9 est dans  $L1$  :
  - compléter la liste pour qu'elle devienne :  $[1, 3, 'cinq', 7, 'neuf', 11, 13]$  (on donnera si possible deux méthodes possibles).
  - Compter le nombre de 7 dans la liste :
- Créer la liste  $L2 = [1, 4, 9, 16, 25, \dots, 100]$
- On suppose avoir importé la bibliothèque `numpy` grâce à la commande `import numpy as np`.  
Que fait :
  - `np.arange(10)` ?
  - `np.arange(1, 10)` ?
  - `np.arange(1, 10, 2)` ?
  - `np.linspace(1, 10, 10)` ?
- On considère la matrice  $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ .
  - La bibliothèque `numpy` étant supposée importée, comment créez-vous la matrice  $M$  ?
  - Par quelle commande récupérez-vous le 5 au centre de la matrice ?
  - Écrire la commande qui permet d'obtenir la première ligne de cette matrice :
  - Écrire la commande qui permet d'obtenir la deuxième colonne de cette matrice :
  - Quelle commande permet de savoir si cette matrice est inversible ? Selon vous,  $M$  est-elle inversible ? Le justifier.

**2 Suites numériques :**

- Exprimer en fonction de  $n$  le terme général des suites  $(u_n)$  définies par leur premier terme et une relation de récurrence et indiquer leur nature :
  - $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + 2, u_0 = 1$  ;
  - $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = v_n/3, v_1 = 2$  ;
  - $\forall n \in \mathbb{N}, w_{n+1} = -w_n/2 + 3, w_0 = 5$  ;
  - $s_{n+2} = 7s_{n+1} - 10s_n$  et  $s_0 = -1, s_1 = 3$ .
  - $t_{n+2} = 6t_{n+1} - 9t_n$  et  $t_0 = 5, t_1 = -2$ .

2. Écrire une ligne de commande Python permettant de calculer la liste LU des 20 premiers termes de la suite  $(w_n)_{n \geq 0}$ .
3. On suppose avoir importé les bibliothèques `numpy` et `matplotlib.pyplot`.  
Écrire deux lignes de commande n'utilisant que les fonctions `np.arange` et `plt.plot` et permettant de visualiser à l'écran l'évolution des termes de cette suite. Que devrait-on observer ?

## Fonctions d'une variable réelle

. Soit  $f$  définie par  $f(x) = x \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ .

- ① Donner l'ensemble de définition de  $f$  et de dérivabilité de  $f$ .
- ② Les bibliothèques `numpy` et `matplotlib.pyplot` ayant été importées, donner le moyen de représenter le graphe de  $f$  sur son ensemble de dérivabilité.
- ③ Calculer la dérivée de  $f$  et dresser son tableau de variation.
- ④ Donner l'allure de la fonction.

## Algèbre linéaire

On considère deux applications  $f_1$  et  $f_2$  définies toutes deux sur  $\mathbb{R}^3$  par :

$$f_1(x, y, z) = (2x + y, x - z) \text{ et } f_2(x, y, z) = (x - y, y - z, z - x)$$

- ① Dire si ces applications sont linéaires. Le prouver pour l'une d'entre elle.  
Sont-elles des endomorphismes ?
- ② Déterminer leur noyau.
- ③ Dire pour chacune d'entre elle si elle est injective, surjective ou bijective.