

- Programme de colle semaines 11 et 12 -

On posera un exercice sur le chapitre 3 « Espaces vectoriels » et un exercice de révision sur les équations différentielles, précédé d'une question de cours parmi les cinq questions ci-dessous :

- **Q1** : Intersection de sous-espaces vectoriels.
- **Q2** : Sous-espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs de E , un \mathbb{K} -espace vectoriel.
- **Q3** : Toute famille finie de polynômes non nuls de degrés deux à deux distincts est libre.
- **Q4** : Pour $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, déterminer une base de $\mathcal{F} = \{f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}) / f'' + af' + bf = 0\}$ selon le nombre de solutions dans \mathbb{R} de l'équation caractéristique associée.
- **Q5** : Existence et unicité de la décomposition dans une base.



Calcul différentiel : Résolution des équations différentielles du type $y' + a(t)y = f(t)$ où a et f sont des fonctions continues sur un intervalle et à valeurs réelles. Méthode de variation de la constante.
 Résolution de $y'' + ay' + by = f(t)$ où a et b sont des réels et f est une fonction continue sur un intervalle, la forme d'une solution particulière étant donnée quand $f(t) = Q(t)e^{mt}$, $f(t) = \sin(\omega t)$ ou $f(t) = \cos(\omega t)$.

☞ *Remarque* : Il est recommandé, dans le cas des équations différentielles du premier ordre, de savoir écrire une fonction Python permettant d'obtenir une solution numérique approchée grâce à la méthode d'Euler explicite dont le principe sera rappelé.

Sur les **espaces vectoriels**, on rappelle les attendus du programme de deuxième année :

- **Structure vectorielle** : Combinaison linéaire d'une famille finie de vecteurs ; sous-espaces vectoriels, intersection finie de ssev ; ssev engendré par une famille finie de vecteurs
 Famille génératrice finie d'un espace vectoriel (sous réserve d'existence) ; Famille libre, famille liée finie ;
 Base finie d'un espace vectoriel et coordonnées d'un vecteur dans une base.
 Matrice des coordonnées d'une famille finie de vecteurs dans une base.
- **Dimension** : De toute famille génératrice finie d'un ev E on peut extraire une base.
 Dans un ev de dimension n : Toute famille libre a au plus n éléments, une famille libre ayant n éléments est une base ; toute famille génératrice a au moins n éléments, une famille génératrice ayant n éléments est une base.
 Si F est ssev de E alors $\dim F \leq \dim E$. Si les deux dimensions sont égales alors $F = E$.

Bonnes colles !