

- Programme de colle semaines 9 et 10 -

## COURS :

Une question de cours sous la forme de l'énoncé d'une définition ou d'un théorème, à l'exclusion de toute démonstration (ainsi qu'il est désormais demandé au concours Agro-véto). On s'appuiera sur les chapitres « Séries numériques », « Probabilités », « Nombres complexes et trigonométrie », « Polynômes », « Systèmes » et « Matrices » (pour ces 4 derniers chapitre, le programme est précisé ci-dessous).

✍ A titre d'exemple, voici des questions posées à l'oral en 2017 sur ces chapitres :

- Définition du module d'un nombre complexe.
- Allure de la représentation graphique de la fonction arctan en précisant ses asymptotes en  $-\infty$  et  $+\infty$ .
- Pour  $|q| < 1$ , expression des sommes :  $\sum_{n=0}^{+\infty} q^n$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} nq^{n-1}$  et  $\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)q^{n-2}$
- Rappeler la valeur de  $\mathbb{P}(X = k)$  si  $X$  suit une loi hypergéométrique.
- Qu'appelle-t-on *racine* d'un polynôme ? Qu'appelle-t-on *ordre de multiplicité* d'une racine d'un polynôme ?
- Énoncer la formule des probabilités totales.
- Qu'appelle-t-on une matrice inversible ?

## EXERCICES :

- **Nombres complexes** : Écriture algébrique et trigonométrique d'un nombre complexe. Représentation géométrique. Propriétés des conjugués, modules et arguments d'un nombre complexe. Résolution des équations du second degré à coefficients réels. Somme et produit des racines. Définition de  $e^z$ , pour  $z \in \mathbb{C}$ . Formule  $e^{z_1+z_2} = e^{z_1} \cdot e^{z_2}$ .
- **trigonométrie** : Définition, périodicité et symétrie des fonctions cos, sin et tan. Formules de trigonométrie  $\cos^2(a) + \sin^2(a) = 1$ ,  $\cos(a \pm b)$ ,  $\sin(a \pm b)$ ,  $\cos(2a)$ ,  $\sin(2a)$ . Résolution d'équations trigonométrique du type :  $\cos(x) = c$ ,  $\sin(x) = s$  et  $\tan(x) = t$ . Transformation :  $a \cos(\theta) + b \sin(\theta) = R \cos(\theta + \phi)$ . Linéarisation de  $\cos^p(\theta) \sin^q(\theta)$ .
- **Polynômes** : Opérations sur les polynômes. Polynôme dérivé. Degré d'une somme, d'un produit, d'une dérivée de polynômes. Racines d'un polynôme. Ordre de multiplicité et factorisation. Théorème de d'Alembert-Gauss. Condition de nullité d'un polynôme qui admet plus de racines (comptées avec leur ordre de multiplicité) que son degré.
- **Systèmes linéaires équivalents**. Réduction d'un système linéaire par la méthode du pivot de Gauss via les opérations élémentaires, à savoir : multiplier une équation par un scalaire non nul, ajouter à une équation une combinaison linéaire des autres. Rang d'un système, c'est-à-dire son nombre de pivots après réduction.
- **Opérations sur les matrices** : somme, produit par un scalaire, produit matriciel. Formule du binôme de Newton dans le cas de deux matrices qui commutent. Transposée d'une matrices. Écriture matriciel d'un système. Rang d'une matrice. Matrices carrées inversibles. Expression dans le cas particulier des matrices  $2 \times 2$ .

**Bonnes colles !**