

- Programme de colle semaines 7 et 8 -

CHAPITRE 2 : Concepts de base des probabilités et des variables aléatoires réelles. On rappelle les attendus du programme : « Ce chapitre étend le cadre des probabilités qui avait été posé en première année pour aborder une situation plus générale, se prêtant à la définition des variables aléatoires discrètes ou à densité [...] On présente brièvement à cette occasion d'un point de vue axiomatique l'espérance, la variance et leurs propriétés générales. ».

Les points abordés sont :

- Définition d'une probabilité sur (Ω, τ) .
 - ☞ On met en valeur l'axiome de σ -additivité : $\mathbb{P}\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} B_n\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbb{P}(B_n)$ pour des suites (B_n) d'événements deux à deux incompatibles.
 - Remarque* : Les résultats sur la probabilité d'une réunion (resp. intersection) croissante (resp. décroissante) sont hors programme.
- Systèmes complets et quasi-complet d'événements. Formule des probabilités totales.
- Indépendance de deux événements, indépendance mutuelle de n événements.
- Variables aléatoires réelles (☞ « Aucune vérification du fait qu'une fonction est une variable aléatoire ne sera demandée dans une épreuve de mathématiques), fonction de répartition (☞ Les propriétés de limites sont admises).
- Indépendance de n variables aléatoires.
- Espérance et variance (☞ $\mathbb{E}(XY) = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$ et $\mathbb{V}(X + Y) = \mathbb{V}(X) + \mathbb{V}(Y)$ pour X et Y indépendantes sont des résultats admis).

☞ L'ensemble des énoncés du cours doit être connu.

Les questions de cours possibles sont :

- **Q1** : Formule des probabilités totales.
- **Q2** : Formule des probabilités composées.
- **Q3** : Formule de Bayes.
- **Q4** : Savoir tracer les fonctions de répartition des lois usuelles de première année (à la main et avec Python dans le cas des lois binomiales ou hypergéométriques).
- **Q5** : Soit X var admettant des moments d'ordre 1 et 2. Formule de Kœnig-Huygens et $\mathbb{V}(aX + b)$ où $(a, b) \in \mathbb{R}^2$.
- **Q6** : Écriture Python du tri à bulles.
- **Q7** : Écriture Python du tri par insertion.
- **Q8** : Écriture Python du tri rapide ou « quick sort ».

Bonnes colles !