- Programme de colle semaines 5 et 6 -

Révisions 3 - Dénombrements

Exercice portant sur le programme de première année (*Outils 6*). L'objectif est de mettre en place des techniques de calcul de cardinaux d'événements.
On retrouvera en particulier : Cardinal d'une union (disjointe ou pas) ; Cardinal d'un produit cartésien, des p-listes, des p-listes sans répétition, des permutations et des p-combinaisons d'un ensemble E à n éléments.

✐ Chaque fois que c'est possible, on saura écrire une fonction Python permettant de modéliser les situations combinatoires en jeu.

chapitre 1 : Séries numériques

1. Définitions : Sommes partielles, convergence, divergence d'une série, somme d'une série convergente.
2. Combinaison linéaire de séries convergentes.
3. Théorème de convergence par comparaison pour deux séries à termes positifs.
   ✐ « Tout autre critère de convergence est hors programme ». Pour autant, on saura démontrer, si on est guidé, que si $u_n \sim v_n$ alors $\sum u_n$ et $\sum v_n$ sont de même nature.
4. Convergence et somme de la série géométrique et des séries « dérivées » : $\sum_{n\geq 1} nq^{n-1}$ et $\sum_{n\geq 2} n(n-1)q^{n-2}$.
   Savoir déterminer la nature et la somme de $\sum nq^n$ et $\sum n^2q^n$.
5. Convergence et calcul de la série exponentielle (Résultat admis).
6. Convergence de $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^2}$ et divergence de la série harmonique. ✐ « L'étude générale des séries de Riemann est hors programme ».
7. Soit (u_n) une suite réelle. La série télescopique $\sum (u_{n+1} - u_n)$ converge si et seulement si la suite (u_n) est convergente.
8. Convergence absolue d'une série à termes réels. ✐ « La convergence absolue est présentée comme une condition suffisante pour obtenir la convergence d'une série [...] L'étude de séries semi-convergentes est hors programme. »

Les questions de cours possibles sont les suivantes :

- **Q1 :** $\sum u_n$ converge $\Rightarrow \underset{n\to\infty}{lim}\, u_n = 0$
- **Q2 :** Théorème de convergence par comparaison pour deux séries à termes positifs telles que $u_n \leq v_n$ à partir d'un certain rang.
- **Q3 :** Convergence et somme de la série géométrique et de la série « dérivée » : $\sum_{n\geq 1} nq^{n-1}$.
- **Q4 :** Convergence de $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^2}$.
- **Q5 :** Divergence de la série harmonique.

Bonnes colles !