

**- Programme de colle semaines 11 et 12 -**

On posera un exercice sur le chapitre 3 « Espaces vectoriels » et un exercice de révision sur les équations différentielles, précédé d'une question de cours parmi les cinq questions ci-dessous :

- **Q1** : Intersection de sous-espaces vectoriels.
- **Q2** : Sous-espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs de  $E$ , un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.
- **Q3** : toute famille finie de polynômes non nuls de degrés deux à deux distincts est libre.
- **Q4** : Pour  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ , déterminer une base de  $\mathcal{F} = \{f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}) / f'' + af' + bf = 0\}$  selon le nombre de solutions dans  $\mathbb{R}$  de l'équation caractéristique associée.
- **Q5** : Existence et unicité de la décomposition dans une base.



**Calcul différentiel** : Résolution des équations différentielles du type  $y' + a(t)y = f(t)$  où  $a$  et  $f$  sont des fonctions continues sur un intervalle et à valeurs réelles. Méthode de variation de la constante.  
 Résolution de  $y'' + ay' + by = f(t)$  où  $a$  et  $b$  sont des réels et  $f$  est une fonction continue sur un intervalle, la forme d'une solution particulière étant donnée quand  $f(t) = Q(t)e^{mt}$ ,  $f(t) = \sin(\omega t)$  ou  $f(t) = \cos(\omega t)$ .

☞ *Remarque* : Il est recommandé, dans le cas des équations différentielles du premier ordre, de savoir écrire une fonction Python permettant d'obtenir une solution numérique approchée grâce à la méthode d'Euler explicite.

Sur les **espaces vectoriels**, on rappelle les attendus du programme de deuxième année :

- **Structure vectorielle** : Combinaison linéaire d'une famille finie de vecteurs ; sous-espaces vectoriels, intersection finie de ssev ; ssev engendré par une famille finie de vecteurs  
 Famille génératrice finie d'un espace vectoriel (sous réserve d'existence) ; Famille libre, famille liée finie ;  
 Base finie d'un espace vectoriel et coordonnées d'un vecteur dans une base.  
 Matrice des coordonnées d'une famille finie de vecteurs dans une base.
- **Dimension** : De toute famille génératrice finie d'un ev  $E$  on peut extraire une base.  
 Dans un ev de dimension  $n$  : Toute famille libre a au plus  $n$  éléments, une famille libre ayant  $n$  éléments est une base ; toute famille génératrice a au moins  $n$  éléments, une famille génératrice ayant  $n$  éléments est une base.  
 Si  $F$  est ssev de  $E$  alors  $\dim F \leq \dim E$ . Si les deux dimensions sont égales alors  $F = E$ .

**Bonnes colles !**